E I 7
36

5805
C/7
36

Anweisung
zur
Rechenkunst
für
Lehrer und Lernende
in
niedern Schulen in Städten und auf dem Lande

von

Siegmund Christian Rommel,
Rektor der Schule zu Sonnenberg und Collaborator an der Kirche daselbst.

Coburg.
Bey Rudolph August Wilhelm Ahl.
1794.

E II 7/36

Der

Herzoglichen

Schulkommission

im

Meiningen

gewidmet

von dem Verfasser.

Vorrede

Aber keine Entschuldigung wegen dieses, bey den schon vielen vorhandenen, neu erscheinenden Rechenbuchs; sondern Darstellung der Absicht bey demselben.

Die meisten Rechenbücher liefern entweder die alten und immer bleibenden Regeln nur mit neuen Namen, welche den Unterricht erschweren; oder sie sind zu weitläuftig für den Unterricht in niedern Schulen; oder die nöthigsten Grundregeln sind zu schnell übergangen; oder sie sind zur

Ein-

Einführung in solchen Schulen zu theuer; oder die Regeln sind nicht gehörig geordnet: dies alles zu vermeiden, und, so viel möglich, vermieden zu haben, auch durch ein günstiges Urtheil Sachverständiger in seinem Vorhaben, die noch übrigen Rechnungsarten auf gleiche Weise auszuarbeiten, und als zweyten Theil zu liefern, bestärkt zu werden, ist der einzige Wunsch

Sonnenberg
den 5. October
1793.

des Verfassers.

Inn=

Innhalt.

Seite
Einleitung. 1

Erste Abtheilung.

Kap. 1. Numeration. 4
Kap. 2. Addition. 13
Kap. 3. Subtraction. 22
Kap. 4. Multiplication. 33
Kap. 5. Division. 42

Zweyte Abtheilung.

Kap. 6. Addition mit benannten Zahlen 60
Kap. 7. Subtraction mit Benennungen 63
Kap. 8. Multiplication mit Benennung. 67
Kap. 9. Division mit Benennungen 71
Kap. 10. Von Brüchen, Einleitung 79
Kap. 11. Addition mit Brüchen 101
Kap. 12. Subtration mit Brüchen 111
Kap. 13. Multiplication mit Brüchen 114
Kap. 14. Division mit Brüchen 121

Dritte

Dritte Abtheilung.

Von der Regel Detri.

	Seite
Einleitung	131
Kap. 1. Vom Ansaz bey der Regel Detri	137
Kap. 2. Vom Einrichten der Glieder	140
Kap. 3. Von Erfindung des vierten Gliedes	145
Kap. 4. Von der zusammengesezten Regel Detri	175

Vierte Abtheilung.

Anweisung zum Rechnungsführen.

Einleitung	200
Kap. 1. Von Führung eines Tagbuchs	202
Kap. 2. Vom Rechnungsstellen	204
Kap. 3. Von Belegen	207
Exempel eines Tagbuchs	214
Exempel einer aus dem Tagbuch gefertigten Vormundsrechnung	218

Fünfte Abtheilung.

Vom Münzwesen, Maas und Gewicht 225

Einlei-

Einleitung
zur
Rechenkunst.

Die Rechenkunst (oder Arithmetik) ist eine Wissenschaft durch gewisse Zeichen aus schon bekannten Zahlen neue zu erfinden, die mit den vorher bekannten in einem besondern Verhältniß stehen.

Es giebt Zeichen in der Rechenkunst, wodurch alle Zahlen ausgedrükt werden. Nemlich:

1	2	3	4	5
eins.	zwey.	drey.	vier.	fünf.
6	7	8	9	0
sechs.	sieben.	acht.	neun.	nulle.

Man nennt diese Zeichen auch **Ziffern**, wenn nemlich nur ihre Gestalt, nicht aber ihr Werth angesehen wird.

Unter dem Namen **Zahl** versteht man die Summe von mehreren Dingen einerley Art.

Es sind bey der Rechenkunst nur wenig Regeln nötig, die ich **Grundregeln** nennen will; aus der verschiedenen Anwendung dieser Regeln entstehen besondere Rechnungsarten, die hernach ihre besondere Namen führen.

Drey Grundregeln giebt es in der Rechenkunst:

1) Daß ich den Werth der Ziffer kennen lerne, wenn sie allein, oder wenn sie, da größere Zahlen ausgedrükt werden sollen, neben einander stehen;

2) Daß ich lerne, wie man mehrere Zahlen, in einer andern natürlich größern Zahl als iene einzeln genommen, richtig ausdrükt;

3) Daß ich lerne, eine Zahl ein oder mehrmal von der andern abziehen, und wie oft dies geschehen, oder den übrig gebliebenen Rest richtig anzugeben.

Erste Abtheilung
von Grundregeln *) überhaupt.

Kapitel I.
Von dem Werth der Ziffern.

§. 1.

Man hat sonst die Anweisung von dem Werth der Ziffern mit unter die Rech-

 nungs-

*) Anm. Grundregel nenne ich eine allgemeine und bey weiterer Uebung vorauszusezzende Vorschrift, etwas zu thun. Und das gilt von der Numeration so eigentlich, daß darauf sich alle folgende Regeln beziehen.

nungsarten (Species) gezählt, aber fälschlich: die erste und nothwendigste Regel der Rechenkunst ist und bleibet diese Anweisung iedoch immer. Man nennte von ieher diese Regel Numeration (Numeratio), und diesen Namen will ich beybehalten.

§. 2.

Numeriren lehrt Zahlen schreiben und Zahlen aussprechen. Hierbey wird der Werth der Ziffern, den schon ihre Namen anzeigen, vorausgesetzt, (s. Einleitung) nur die Ziffer 0 null hat gar keinen Werth, sondern wird erst bey größern Zahlen gebraucht, um ein leeres Fach auszufüllen.

§. 3.

Der Lehrer der Rechenkunst muß seine angehenden Schüler durch Hülfe des Gedächtnisses von eins bis tausend fortzählen lehren, welches bey nicht so fähigen Kindern dennoch nicht schwer fallen wird; aber diese vorläufige geringe Arbeit wird

das

das Erklären des Numerirens sehr erleichtern.

§. 4.

Zwischen eins bis tausend, kommen drey neue besondere Benennungen vor, zehn, hundert, tausend. Diese nenne ich Namen der Hauptabschnitte.

Zwischen zehn bis hundert, und eben so zwischen hundert bis tausend kommen wieder iedesmal 9 besondere Abschnitte vor, nach deren ieglichen ich allemal wieder von 1 bis 10 zählen muß; als z. B. nach zwanzig zählt man ein und zwanzig, zwey und zwanzig, bis neun und zwanzig, statt zehn und zwanzig, sagt und schreibt man dreysig, welches mit 3 an dem Plaz der Zehner ausgedrükt wird, diese nenne ich Nebenabschnitte, weil sie keinen neuen Plaz erfordern, sondern nur durch eine neue Ziffer ausgedrükt wird.

Die Hauptabschnitte werden im Schreiben so ausgedrükt, daß ich die zehn mit der Ziffer 1 am zweyten Plaz von

der rechten zur linken Hand schreibe; die hundert mit 1 am dritten Plaz, und die tausend mit 1 am vierten Plaz. Die übrigen leeren Plätze aber doch zu bezeichnen, braucht man das Null (0) als:

1 eins
10 zehn
100 hundert
1000 tausend.

Die Nebenabschnitte auszudrücken geschiehet also: daß man eine der neun Ziffern in das Fach sezt, mit dessen Namen der Name der Ziffer zusammen gesezt ist, als z. B. wenn ich vierhundert schreiben will; so setze ich die Ziffer 4 an den Plaz der hunderte. ꝛc. Die Zahl drey tausend vierhundert und sechs zu schreiben, geschieht also:

3 4 0 6

Hier fehlt der Abschnitt zehn ganz, und muß daher dessen Plaz durch eine Null bezeichnet werden.

§. 5.

Will man von tausend weiter hinauf zählen, so muß, wie nach iedem andern Ab-

Abschnitt, wieder von eins bis zehn fortgezählt werden, und dieses zehn wird mit der Ziffer 1 am fünften Plaz ausgedrükt. Zwanzig durch 2 an eben diesem Plaz, und sofort, bis man auf hundert kommt, dieses wird mit 1 am sechsten Plaz ausgedrükt, und tausend mit 1 am siebenden Plaz, so daß, wenn einmal bey tausend fortgezählt worden ist, dann der folgende Plaz den Zusaz zehn, oder zig, in der Aussprache bekommt; nach dem zehn aber der nächste Plaz hundert, und nach dem hundert der nächste Plaz tausend.

Dieses zweyte mal tausend erhält wieder die neue Benennung Million, und zählt man noch weiter fort, so erhält das vierte mal tausend die Benennung Billion.

Die folgenden Namen Trillion bis Centillion kann der Lehrer leicht noch erklären.

Vom Zahlen lesen und aussprechen.

§. 6.

Aus den vorhergehenden §. §. hat man schon den Werth einer Ziffer, den sie durch

den Plaz erhält, wo sie steht, einsehen gelernt, und es bedarf zum richtigen Aussprechen einer Zahl nichts mehr, als daß man von der rechten nach der linken Seite zu bey der ersten Ziffer **eins** oder Einheit sagt, bey der zweyten **zehn**, bey der dritten **hundert**, und bey der vierten **tausend**. Wo hundert ausgesprochen wird, macht man unter die Ziffer einen kleinen Strich, bey tausenden über die Ziffer oben einen solchen Strich, als:

$\overset{\shortmid}{4}$	$\underset{\shortmid}{6}$	8	3
tausend	hundert	zehn	eins

Will man nun diese Zahl lesen, so spricht man von der linken nach der rechten Hand zu eine Ziffer nach der andern aus, und sezt bey jeder den Namen des Platzes hinzu, an welchem sie steht; als: 4tausend 6hundert 8mal zehn und 3 Einheiten.

Anm. Im Aussprechen ist es einmal gewöhnlich geworden, daß man die zehnfache Ziffer, und die folgende sowohl die einfache, als die tausend nicht in ihrer na-

tür-

türlichen Ordnung ausspricht; sondern die folgende dem Zehner vorsezt: desgleichen hat man statt des Ausdruks mal zehn, die Sylbe zig angenommen, daß man also statt 8mal zehn, achtzig, und statt 8mal zehn und 3. 3 und 8zig sagt.

§. 7.

Enthält eine Zahl mehr als 4 Ziffern, so muß ich, um ihren weitern Werth zu bestimmen, so lange die drey Namen der Hauptschnitte, zehn, hundert, tausend fort aussprechen, als noch Ziffern vorhanden sind, und dem Anfänger zur Erleichterung bey hundert unten, bey tausend oben über die Ziffer einen Strich machen; als wenn ich folgende Zahlen aussprechen soll:

		'			'			
5	8	3	7	9	8	2	4	6
'			'			'		
hundert	zehn	tausend	hundert	zehn	tausend	hundert	zehn	eins

5hundert 3 und 8zig tausend, mal tausend, 7hundert 8 und 9zig tausend 2hundert und 6 und 4zig.

So

So bald ich zweymal tausend auszusprechen habe, so muß statt des tausend bey der 7ten Ziffer **Million** gesagt werden, bey den viertenmal tausend, oder bey der 13den Ziffer **Billion**.

Die Namen Quadrillion, Quintillion rc. werden eben so gebraucht, so oft sich nemlich die Zahl noch um 6 Ziffern verlängert.

§. 8.

Wenn in einer Zahl Nullen vorkommen; so müssen solche in der Eintheilung der Classen nicht übergangen werden, ob sie gleich nicht a.. esprochen werden, als:

46000

ist auszuspechen: 6 und 4zig tausend.

Sollte aber eine Nulle am Plaz der tausende seyn, oder welches eben so viel ist, an einem solchen Plaz stehen, wo statt der mehrern tausende der Name Million, Trillion gebraucht wird, so muß auch hier doch der Name des Platzes, ob gleich Nullen da stehen, ausgesprochen werden, als:

6800034000

6 8 0 0 0 0 3 4 0 0 0

6tausend 8hundert Millionen und 4 und 3ßig tausend.

Noch ist die besondere Benennung Tonne Goldes bey dem Golde zu merken, welches eine Summe von hunderttausend Thaler bezeichnet.

Exempel zur Uebung hier anzuführen, finde ich für unnöthig, weil solches einem jeden sehr leicht fallen muß, hier aber vielen Raum einnehmen würde. Eben dieses werde ich bis zur Division beobachten.

Kapitel 2.

Vom Zusammenzählen (Additio).

---

§. 1.

Addiren heißt mehrere Zahlen in eine Summe bringen. Man nennt das auch summiren.

§. 2.

§. 2.

Die zu addirenden Zahlen muß man nach der Kap. 1. gegebnen Anweisung ihres Werths richtig unter einander setzen; so daß Einheit unter Einheit, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte u. s. w. gerade unter einander zu stehen kommen, als wenn 426 und 23 und 8 und 4537 addirt werden soll; so stehet es also:

426	462
23	23
8	8
4537	4537
richtiger Ansaz.	unrichtiger Ansaz.

§. 3.

Sind die zu addirenden Zahlen richtig unter einander gesezt, so zieht man unter solche einen Querstrich, so lang als die größte der zu addirenden Zahlen ist; zählt sodann die Einheiten zuerst zusammen, und schreibt die gefundene Summe gerade unter die addirten Einheiten und unter der Linie; eben so verfährt man mit den Zehnern, Hunderten, Tausenden ꝛc. als:

4	3	2	1
|	|	5	0
|	6	1	4
|	|	1	3
4	9	9	8.

Wenn aber in einem Fach die gefundene Summe die Zahl 9 übersteigt; so wird der in dieser Summe enthaltene eine oder mehrfache Zehner zur folgenden Classe gemerkt, und nur die Einheiten der Summe grade unter den Plaz geschrieben, dessen Ziffern zusammen gezählt worden sind, als:

4	7
1	3
3̣	6
9	6.

Erklärung. Hier entstand aus 6, 3 und 7 die Summe 16; 16 besteht aus 1 Zehner und 6 Einheiten; der Zehner wird bey dem nächst vorhergehenden Plaz mit einem Punkt bemerkt, und die 6 Einheiten, unter die Linie und unter die Reihe der Einheiten geschrieben. Das Fach der Zehner beträgt eigentlich 8, hierzu den

Zeh-

Zehner vom Fach der Einheiten gerechnet, macht 9; diese wird, weil sie noch eine einfache Zahl ist, unter das Fach der Zehner gesezt.

Entstehen bey der Zusammenzählung eines Fachs mehrere Zehner, so werden solche mit eben so viel Punkten, oder mit der Ziffer, die die entstandene Anzahl von Zehnern ausdrükt, bey dem nächsten Fach angemerkt, und im Zusammenzählen dieses Fachs zu seiner Summe hinzugezählt, als:

```
 8475
  769
 3698
  :75
   :
 ----
13017.
```

Erklärung. Die Summe des ersten Fachs beträgt 27; 27 enthält 7 Einheiten, welche unter das zusammengezählte Fach geschrieben worden sind; die zwey Zehner aber werden mit 2 Punkten bey dem zweyten Fach zunächst über der Linie bemerkt; das zweyte Fach betrug 29, hier-

hierzu die 2 Zehner vom ersten Fach gezählt, macht 31; 31 besteht aus 1 Einheit, welche unter das eben zusammengezählte Fach gesezt, die 3 Zehner aber bey dem folgenden dritten Fach mit 3 Punkten angemerkt worden sind. Das dritte Fach machte im Zusammenzählen 17 aus, hierzu die 3 angemerkten Zehner gezählt, macht gerade 20, oder 2 Zehner; da bey dieser Summe keine Einheit vorkömmt, so wird der leer bleibende Plaz unter diesem Fach mit einer Null ausgefüllt, und die 2 Zehner beym folgenden Fach angemerkt; das vierte Fach beträgt 11, hierzu die vom vorigen Fach bemerkten 2 Zehner addirt, macht 13; da nun kein weiteres Fach mehr zu addiren ist, so schreibt man die Einheit 3 unter dieses Fach, und den 1 Zehner zunächst davor, oder eigentlich ins fünfte Fach.

§. 4.

Wenn viele Zahlen addirt werden sollen, so kann man, um sich das Summiren zu erleichtern, die über einander geschriebene Zahlen wieder in Absätze theilen, diese einen nach den andern addiren, und

die daraus entstandene und auf die Seite gerade über einander geschriebene Summen sodann in eine Hauptsumme bringen. z. B.

4367		
859		
7462		
954		
6825	13642	Sum̃e des 1. Absatzes
1834		
705		
63		
6894	9427	Sum̃e des 2. Absatzes
543		
24		
3586		
765	11047	Sum̃e des 3. Absatzes
4378		
543		
69		
	5755	Sum̃e des 4. Absatzes
	39871	Hauptsumme.

Anm.

Anm. 1. Diese Art zu addiren bey vielen Zahlen ist nicht allein beqvem, sondern auch sicherer.

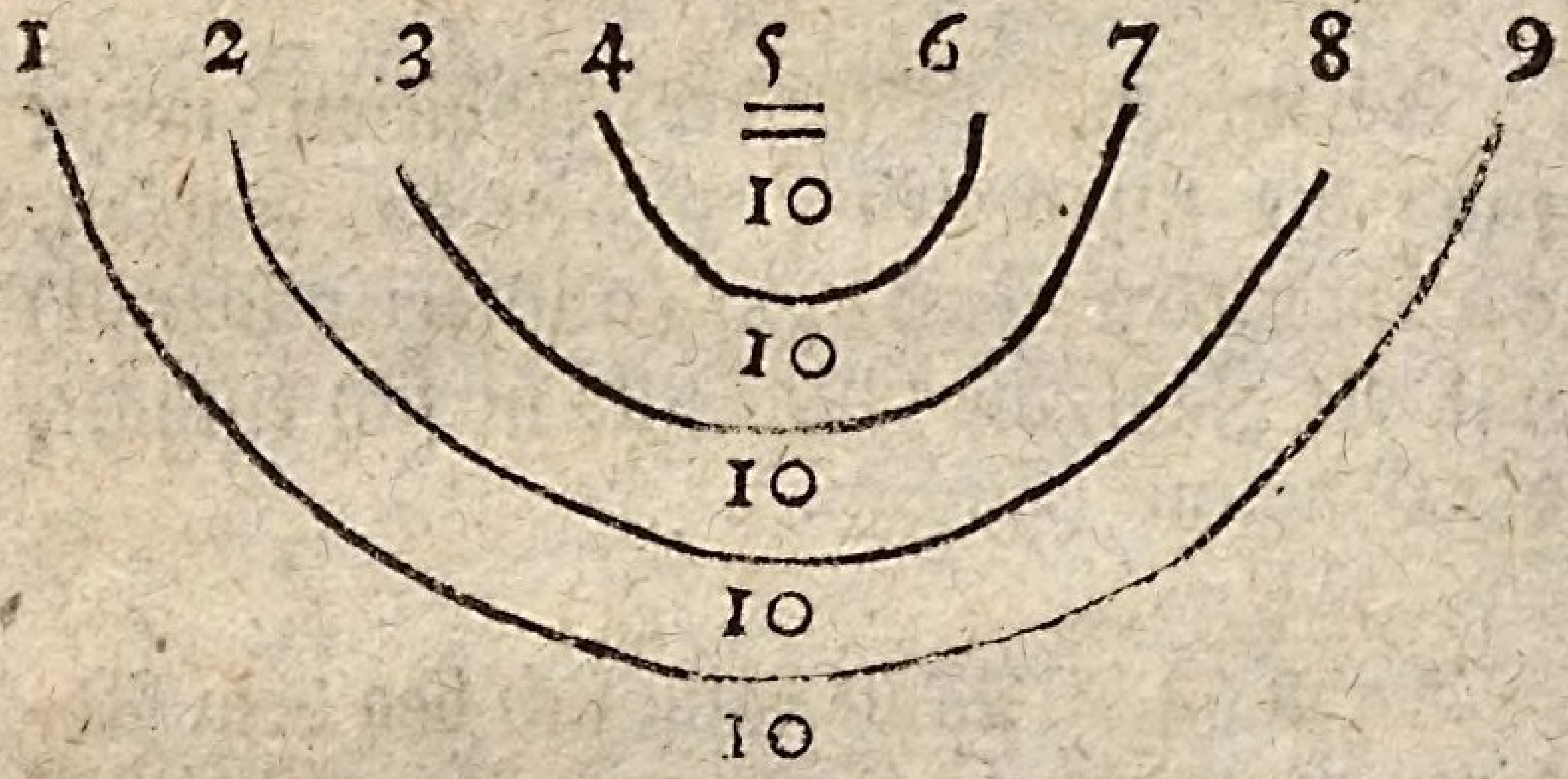
Anm. 2. Die Probe, ob man richtig gezählt habe, werde ich, gegründeter Ursachen willen sowohl von dieser Regel, als auch von der folgenden versparen, bis immer zwey Hauptregeln erklärt sind, und sie hernach zusammen in einem besondern Anhang abhandeln.

Anm. 3. Bey der Addition nennt man die zusammen zu zählenden Zahlen, addirende Zahlen (numeri addendi) und die Zahl, die solche alle in sich enthält, die Summe (Summa).

Anm. 4. Man kann sich bey dem Addiren mehrerer Zahlen noch den Vortheil machen, daß man, welches leicht und sehr oft möglich ist, 2 Ziffern in dem zu addirenden Fach sucht, die gerade zehn ausmachen, zu diesem zehn läßt sich leicht die größte Ziffer zählen, so macht man es wieder, wenn es möglich ist, mit 20 u. s. w. denn bey dem Addiren von 10 und 8 darf ich nur diese beyden Namen umgekehrt

ausdrücken; so macht die daher entstehende Benennung die Summe derselben aus.

Zur leichtern Anwendung dieses Vortheils schreibe man dem angehenden Schüler die 9 Ziffern an, und mache ihn recht bekannt damit, wie immer die beyden äussern Ziffern, zusammen gezählt, die mittlere 5 aber doppelt genommen, allemal die Summe 10 geben, als z. B.:



Ein Exempel wird die Vorzüge dieses Verfahrens deutlich machen:

	4	8	7	3
	6	5	9	8
	7	2	3	2
1	8	7	0	3

Erklärung. Hier summire ich im ersten Fach 8 und 2 zuerst, giebt die Summe 10, zu dieser 3 gezählt, entsteht die ganze Summe 13. Im zweyten Fach kann ich 7 und 3 zuerst zusammen zählen, giebt 10. hierzu die 9 als eine größere Zahl addirt, welches leicht durch das Umwenden der Namen zehn und neun in neunzehn geschieht, dann 1 dazu gezählt, macht 20 als die ganze Summe aus u. s. w.

Ueberhaupt muß man den Schüler bald auf die Hauptabschnitte 10, 100 u. 1000 aufmerksam machen, weil das auch in der Folge viele Vortheile gewährt.

Auch läßt sich durch Hülfe des einmal eins bey dem Addiren noch der Vortheil anwenden, wenn eine Ziffer in dem zu addirenden Fach mehrmals vorkömmt, daß man solche durch die Multiplication mit dem einmal eins gleich zusammen in die richtige Summe bringt, z. B.

$$\begin{array}{r} 8 \\ 4 \\ 8 \\ 8 \\ \hline 28. \end{array}$$

Statt die 3mal 8 einzeln zusammen zu zählen, sagt man kürzer: 3mal 8 ist 24. und 4 dazu gezählt, macht die Summe 28 aus.

Kapitel 3.

Vom Abziehen, Subtrahiren,
(Subtractio)

§. 1.

Subtrahiren heißt den Werth einer gegebenen Zahl von einer andern gegebenen größern Zahl wegnehmen, und durch eine neu gefundene Zahl bestimmen, wie viel die eine gegebene größer war als die andere.

§. 2.

Die gegebene größere Zahl, wovon ich abziehen soll, heißt das Ganze (Integrum). Die gegebene kleinere, die ich ab-

abziehen soll, heißt die abzuziehende Zahl, (Subtrahendus). Und die neu erfundene Zahl, welche anzeigt, wie viel die eine größer ist als die andere, heißt der Rest, Ueberschuß, (Residuum, Differentia).

§. 3.

Man muß bey dieser Regel die gegebenen Zahlen gerade unter einander, und zwar das Integrum oben und das Subtrahendus drunter schreiben, also, daß Einheit unter Einheit, Zehner unter Zehner ꝛc. zu stehen kömmt, unter beyde macht man eine der Länge der Zahlen angemessene Querlinie, dann zieht man die Einheit des Subtrahendus von der Einheit des Integrum ab, und sezt den übrig bleibenden Rest unter die Linie ins Fach der Einheiten; eben so verfährt man mit den Zehnern, Hunderten ꝛc. Sollte aber eine Zahl des Subtrahendus die im nemlichen Fach des Integrums gerade aufheben, und also kein Rest übrig bleiben, so wird das leer bleibende Fach unter der Linie mit einem Null ausgefüllt, z. B.

7 5 3 8	Integrum.
4 2 3 6	Subtrahendus.
3 3 0 2	Rest.

Erklärung. Die Einheit 6 des Subtr. von der Einheit 8 des Integr. weggenommen, bleibt 2 zum Rest, die gerade in das Fach unter die Linie gesezt werden muß; der Zehner 3 des Subtr. hebt den Zehner 3 des Integrums gerade auf; da kein Rest bleibt, so wird das Fach der Zehner unter der Linie mit 0 ausgefüllt.

Sollten sich aber alle noch übrigen Fächer gegen einander aufheben, so braucht man keine Nullen unter die Linien zu setzen, z. B.

3 4 6 8
3 4 6 3
- - - 5.

§. 4.

Wenn die Zahl des Subtrahendus in einem Fach grösser ist als die Zahl des Integrums in dem nemlichen Fach: so muß ich

ich bey dem folgenden Fach 1 borgen, welches mit einem Punkt neben der Zahl, wo geborgt worden ist, angemerkt werden muß; dieses 1 gilt aber in dem Fach, wozu es geborgt worden ist, 10, hierzu zählt man die schon vorhandene Zahl, und zieht sodann die Zahl des Subtrahendus davon ab wie sonst. Die Zahl, wo geborgt worden ist, wird um 1 geringer, z. B.

5̣	3	6̣	4
2	6	5	8
2	7	0	6.

Erklärung. Hier ist 8 des Subtrahendus größer als 4 des Integrums, man borgt also bey dem Zehner 6 des Integrums 1, welches im Fach der Einheiten aber 10 gilt; hierzu die schon vorhandene 4 gezählt, giebt 14, wovon ich 8 abziehen kann, und noch 6 zum Rest übrig bleibt, welche unter der Linie in Fach der Einheiten angeschrieben wird; der Zehner 5 des Subtrahendus hebt die nur noch 5 geltende 6 des Integrums gerade auf, es muß daher dieses Fach unter der Linie, weil noch mehr Reste in folgenden Fächern übrig

bleiben, mit 0 ausgefüllt werden. Die Hundert 6 des Subtrahendus soll von der Hundert 3 des Integrums abgezogen werden; da dies aber unmöglich ist; so muß bey dem Fach der Tausende 1 geborgt werden. Ein Tausend macht aber 10 Hundert aus, mithin hat 1 Tausend im Fach der Hunderte den Werth 10, dazu die vorhandene 3 gezählt, macht die Summe 13 aus, von dieser 6 weggenommen, bleibt 7 Rest, welcher unter der Linie angemerkt wird. Und endlich die 2 des Subtrahendus von der noch 4 geltenden 5 des Integrums abgezogen, ergiebt den unter der Linie bemerkten Rest 2.

§. 5.

Wenn das Fach, bey welchem ich in der Subtraction borgen sollte, keine gültige Zahl sondern Null hätte, so muß ich bey dem Fach, das eine gültige Zahl hat, borgen, und die dazwischen stehenden Nullen als Neunen ansehen, z. B.

4 0 0 3
1 8 7 5
2 1 2 8.

Er-

Erklärung. Die 5 des Subtrahendus ist größer als 3 des Integrums, ich muß also borgen; da aber das Fach der Zehner und Hunderte des Integrums keine gültige Zahl hat; so muß ich bis zum Fach der Tausende fortgehen. Und weil ich die 1000 im Fach der Einheiten nicht brauchen kann; so nimmt man davon nur 10, und die übrigen 990 werden mit 9 im Fach der Hundert und 9 im Fach der Zehner bemerkt, oder man sieht die beyden 0 als 9 an.

§. 6.

Sollte das Subtrahendus nur aus einigen Fächern bestehen, das Integrum aber hätte mehr Fächer; so zieht man die vorhandenen Fächer des Subtrahendus von den gleichen Fächern des Integrums ab, und bemerkt den übrig bleibenden Rest am gehörigen Ort unter der Linie, die übrigen Fächer des Integrums sezt man gleichfalls unter der Linie ins rechte Fach, z. B.

```
 46385
   325
 -----
 46060.
```

Er-

Erklärung. Hier ist 325 von 385 des Integrums abgezogen, und 60 als Rest verblieben; da aber das Integrum aus mehr Fächern besteht, so mußte das Fach der Hunderte im Rest durch 0 ausgefüllt, und die beyden übrigen Zahlen des Integrums 6 und 4 gerade unter die Linie ins gehörige Fach zum Rest geschrieben werden.

Anhang zur Addition und Subtraction.

Die sicherste Probe, ob man in beyden Rechnungsarten nicht geirrt habe, welches leicht möglich ist, und bey weitläuftigen Rechnungen durch das Fortlaufen des begangenen Fehlers große Unordnungen und Zeitverlust verursacht, ist diese, daß man die Addition durch die Subtraction, und umgekehrt, die Subtraction durch die Addition prüft.

1. Probe der Addition.

Die Probe der Addition durch die Subtraction kann einmal so gemacht werden, daß ich die zu addirenden Zahlen solcher-

gestalt von der aus derselben entstandenen Summe abziehe; daß ich erstlich eine von der Hauptsumme abziehe, die zweyte von dem bey dem ersten Subtrahiren übrig gebliebenen Rest, und so eine nach der andern immer von dem bey der vorigen Subtraction gebliebenen Rest wegnehme, die lezte abzuziehende Additionszahl muß sich mit dem für sie noch übrig gebliebenen Rest gerade aufheben, z. B.

```
 6835  1)        Probe.  11720
  947  2)                 6835  (1
 3852  3)                ------
   86  4)                 4885
------                     947  (2
11720                    ------
                          3938
                          3852  (3
                         ------
                           --86
                             86  (4
                           ----
                             00
```

Man kann die Addition durch die Subtraction auch noch auf eine andere Art probiren.

Man zählt alle Ziffern des lezten Fachs linker Hand zusammen, und zieht die Summe von dem zu diesem Fach gehörigen Theil der Hauptsumme unter der Linie ab, den Rest bemerkt man gerade drunter, sieht solchen Rest als einen Zehner an, wozu die Ziffer des nächsten Fachs der Hauptsumme die Einheit ausmacht. Nun zähle man iedes Fach eben so nach einander zusammen, und die Summe allemal von der zu diesem Fach gehörigen und gerade drunter stehenden Ziffer der Hauptsumme nebst dem als Zehner angesehenen Rest des vorigen Fachs abgezogen. Bleibt bey dem lezten Fach der Einheit nichts übrig, so ist das Exempel richtig; z. B.

```
   7 3 6 8
     5 9 6
   4 5 7 4
   · ⁝ 8 9
       :
 ---------
 1 2 6 2 7
   1 3
```

Erklärung. Das Fach der Tausende, als das lezte linker Hand, beträgt in Summe 11, diese von der darunterstehenden und zu diesem Fach gehörigen 12

abge-

abgezogen, bleibt 1, welche unter das Fach der Tausende gesezt, und wie ein Zehner des folgenden Fachs betrachtet wird. Das Fach der Hunderte beträgt in Summe 13, diese von dem darunter stehenden 6, und dem vom vorigen Fach übrig gebliebenen hier als Zehner zu betrachtenden 1, welches 16 zusammen beträgt, abgezogen, bleibt 3 übrig, welche unter die durchstrichene 6 gesezt wird. Das Fach der Zehner macht die Summe 30 aus, diese von den drunter stehenden 32 abgezogen, bleibt die 2 gerade übrig. Zulezt beträgt das Fach der Einheiten 27, diese heben sich mit der von der Hauptsumme noch übrigen 27 gerade auf. Mithin ist das Exempel richtig addirt. Diese Art der Probe kann bey großen Additionsexempeln kürzer als die vorhergehende werden; ist aber eben so zuverlässig.

Probe der Subtraction.

Ueber die Subtraction kann man eine sichere Probe abermals auf doppelte Art machen.

Erstlich: wenn man den Rest bey der Subtraction von dem Integrum abzieht, so

so muß hernach das Subtrahendus als Rest übrig bleiben. Man braucht das Exempel auf den Fall nicht abzuschreiben, sondern übersieht nur beym Abziehen des Restes vom obern Integrum das in der Mitte stehende Subtrahendus, z. B.

```
8436
6257
————
2179
————
6257
```

Rest, so aus dem Abziehen des vorigen Restes vom Integrum entstanden, und dem Subtrahendus gleich ist.

Zweyte Probe: Addire das Subtrahendus und den Rest zusammen, die Summe muß dem Integrum gleich seyn, z. B.

```
8436
6257
————
2179
————
8436
```

Summe aus dem Rest und Subtrahendus, welche dem Integrum gleich ist.

Kapi-

Kapitel 4.

Vom Vervielfältigen, Multipliciren, (Multiplicatio.)

---

§. 1.

Multipliciren heißt aus zwey gegebenen Zahlen eine dritte finden, in welcher eine der gegebenen so vielmal enthalten ist, als der Werth der andern gegebenen ausmacht.

§. 2.

Man nennt die beyden gegebenen Zahlen die Factoren, und die neu gefundene das Factum oder Product.

Es ist gleichgültig, welcher von den beyden Factoren als die Zahl angesehen werden soll, die nach dem Werth der andern multiplicirt wird; gewöhnlich multiplicirt man aber den größern Factor durch den kleinern, und nennt sodann die Zahl, welche multiplicirt wird, das Multiplican-

candus, und die Zahl, womit multiplicirt wird, den Multiplicator. Ich kann aber auch den Multiplicator zum Multiplicandus machen, nachdem dessen Werth oder Beschaffenheit das Rechnen erleichtert. An den folgenden Beispielen wird dieses deutlicher werden.

§. 3.

Ehe man die Multiplication zu treiben anfängt, muß nothwendig vorher das am Ende angehängte einmal eins dem Gedächtniß tüchtig eingeprägt werden.

§. 4.

Man muß bey dem Multipliciren also verfahren: Es werden die beyden Factoren, wie bey den vorigen Regeln also gerade unter einander geschrieben, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner u. s. w. richtig zu stehen kommen. Unter beyde zieht man eine Qveerlinie. Hierauf vervielfältigt man mit der Einheitsziffer des Multiplicators ein Fach des Multiplicandus nach dem andern, von dem Fach der Einheit an bis zu Ende, und sezt das Product unter die Linie in

das

das gehörige Fach. Dann verfährt man eben so mit der Zehnersziffer des Multiplicators, und multiplicirt alle Fächer des Multiplicandus nach einander, sezt aber das Product, das aus dem Zehner des Multiplicators und der Einheit des Multiplicandus entstanden ist, unter der Linie und unter das schon gefundene Product, ins Fach der Zehner, und so wird das Product eines ieden folgenden Fachs um ein Fach weiter vorgerükt, z. B.

```
   45672
      34
  ------
  182688
 137016
 -------
```

Erklärung. Hier ist ein Fach des Multiplicandus nach dem andern vom Fach der Einheit an mit der Einheitsziffer des Multiplicators nach dem einmal eins vervielfältigt, und das daraus entstandene Product gerade unter der Linie in das Fach gesezt worden, welches oben vervielfältigt wurde. Als 4 ist jezt die erste Multiplicatorsziffer, womit angefangen wird, aus der Multiplication der-

selben mit 2 als der Einheitsziffer des Multiplicandus, entstand das Product 8, welches ins Fach der Einheiten unter die Linie gesezt wird; ferner wird der Zehner des Multiplicandus 7 mit eben der 4 vervielfältigt, woraus das Product 28 entstunde, dieses Product kann nicht ganz ins gehörige Fach der Zehner unter der Linie gesezt werden, sondern es wird nur die Einheitszahl 8 dieses Products ins gehörige Fach der Zehner gesezt, und die Zehnerszahl 2 dieses Products wird so lange im Sinne behalten, bis das Fach der Hunderte des Multiplicandus, nemlich 6 auch mit 4 multiplicirt ist, zu dem daraus entstandenen Product 24, wird nun die im Sinn behaltene Zahl 2 addirt, so giebt das eine Summe von 26; hiervon wird abermals, wie vorher, nur die Einheitszahl 6 ins Fach der Hunderte unter der Linie gesezt, und die Zehnerszahl dieses Products wieder zum folgenden Fach gemerkt. Eben so verfährt man bis zum äußersten Fach des Multiplicandus, welches mit der nemlichen Ziffer des Multiplicators vervielfältigt, die vom vorigen Fach etwan im Sinn behaltene Zehnerszahl dazu gerechnet, und dann das Pro-

duct ganz hingeschrieben wird; so daß die Einheitszahl dieses Products gerade unter die multiplicirte Zahl des Multiplicandus und die Zehnerszahl dieses Products, zunächst davor gesezt wird.

Hat man mit der Einheitsziffer des Multiplicators alle Fächer des Multiplicandus durchmultiplicirt; so verfährt man eben so mit der Zehnersziffer des Miltiplicators, und vervielfältigt alle Fächer des Multiplicandus damit. Ich muß also mit 3 als Zehnersziffer des Multiplicators 2 als das erste Fach des Multiplicandus vervielfältigen, giebt das Product 6, welches aber, weil mit einer Zehnersziffer multiplicirt worden, unter der Linie ins Fach der Zehner gesezt, und so auch die folgenden einzeln Producte immer um ein Fach vorwärts gerükt werden müssen. Oder man merke sich diese Ansätze der Producte so: ich muß mit Anschreibung des Products, welches aus der Multiplication aller-Fächer des Multiplicandus mit einer Ziffer des Multiplicators entstanden ist, gerade unter der Ziffer des Multiplicators anfangen, womit ich multiplicirt habe.

Sind die Fächer des Multiplicandus mit ieder Ziffer des Multiplicators vervielfältigt, und die Producte, wie vorhin bemerkt worden, richtig unter die Linie hingesezt; so zieht man unter alle diese einzeln Producte eine neue Linie, und addirt solche nach Kap. 2. zusammen, und diese Summe giebt hernach das Hauptproduct der beyden Factoren, z. B.

45672	
34	
182688	Product aus der Einheitsziffer 4
137016	Product aus der Zehnersziffer 3
1552848	Hauptprod. der beiden Factoren.

§. 5.

Sollte der Multiplicator aus vielen Fächern bestehen, so darf man nur die im vorhergehenden §. angegebene Anweisung genau befolgen; und es wird nicht schwer fallen, immer grössere Exempel zu rechnen. Ein Beyspiel kann hier statt einer den Raum verderbenden Erklärung dienen, als:

64385

64385		
32457		
450695	Product von	7
321925.	———	5
257540..	———	4
128770...	———	2
193155....	———	3
2089743945	Hauptproduct.	

§. 6.

Man kann unter gewissen Umständen sich bey der Multiplication noch manche Vortheile machen; ich will die Fälle, wo wirkliche Abkürzungen statt finden, hier anführen:

1) Wenn das Multiplicandus am Ende Nullen hat; so rükt man den Multiplicator so weit ein, bis er unter gültige Ziffern zu stehen kömmt, multiplicirt sodann fort nach §. 4., addirt die entstandenen Producte zusammen, dann erst hängt man alle Nullen des Multiplicandus, die man bisher unbemerkt stehen lies, an das Hauptproduct an, z. B.

```
   463000
       24
 --------
   1852
   926
 --------
 11112000
```

2) Wenn der Multiplicator am Ende Nullen hat: so werden nur die gültigen Ziffern des Multiplicators unter die ersten Ziffern des Multiplicandus gesezt, die Nullen aber hinausgerükt. Dann multiplicirt man nach §. 4. ohne Rüksicht auf die Nullen zu nehmen, und zulezt hängt man wie bey Num. 1. die Nullen an das Hauptproduct an, z. B.

```
    6384
       3000
 ----------
 19152000
```

3) Haben die beyden Factoren am Ende Nullen; so läßt man sie von beyden ausgerükt stehen, und sezt nur die gültigen Ziffern des Multiplicators unter die ersten gültigen Ziffern des Multiplicandus, rechnet nach §. 4. ganz durch, und hängt am Ende an das Hauptproduct die Nullen der beyden Factoren, so viel ihrer sind.

```
     674000
       3400
   ----------
    2696
   2022
   ------------
   2291600000
```

4) Hat der Multiplicator in der Mitte Nullen, so werden solche bey dem Ansaz, wie gültige Zahlen, unter das Multiplicandus zwar angeschrieben, aber bey der Multiplication selbst ausgelassen, und mit der auf sie folgenden gültigen Ziffer des Multiplicators wieder zu multipliciren angefangen; das aus der Multiplication dieser nach den Nullen folgenden Zahl entstandene Product fängt man aber gerade unter dieser Zahl unter der Linie an hinzuschreiben, z. B.

```
      53468
       4002
     -------
     106936
  213872
  ----------
  213978936.
```

Anm. Man giebt zwar noch mehrere Abkürzungen bey der Multiplication an,

allein theils sind sie es eigentlich nicht, theils ist es für den Schüler nachtheilig, ihn mit zu vielerley im ersten Anfang zu behelligen.

Die Probe zur Multiplication folgt nach der Division.

Kapitel 5.

Vom Theilen, Dividiren, (Divisio).

§. 1.

Dividiren heißt von zwey gegebenen Zahlen die eine in so viel gleiche Theile, deren jeder so groß seyn muß, als der Werth der andern gegebenen Zahl, theilen, als möglich ist, und die Zahl der Theile samt dem etwan übrig bleibenden Rest genau bestimmen.

Ein Beyspiel wird diese Beschreibung am besten erläutern. Wenn ich 13 mit 3 dividiren soll; so heißt das eben so viel, als:

als: man soll die gegebene Zahl 13 in so viel gleiche Theile theilen, als möglich ist; ieder Theil soll aber so groß seyn, als die andere gegebene Zahl 3, die Zahl, wie viel solcher Theile gemacht werden konnten, soll ich angeben, und den übrig bleibenden Rest richtig bemerken. Es sind aber in der Zahl 13 nur 4 solcher gleichen Theile enthalten, deren ieder den Werth der Zahl 3 ausmacht, und das noch übrig bleibende 1 wird als Rest bemerkt.

§. 2.

Die gegebene Zahl, welche zertheilt werden soll, wird das Dividendus genennt; die Zahl, welche die Grösze der Theile bestimmt, der Divisor; die Zahl, welche die Anzahl der Theile bestimmt, der Quotient: und das, was übrig bleibt, der Rest.

§. 3.

Das Anschreiben dieser Art Exempel geschieht folgendergestalt am vortheilhaftesten: Man sezt erst das Dividendus an, macht nach solchem einen perpendikulären Strich, dann schreibt man in gleicher Zeile den Divi-

Divisor nach dem Strich hin, und macht hinter diesem abermals einen solchen Strich, nach welchem der zu findende Qvotient geschrieben wird, als:

Dividendus	Divisor	Qvotient.
264	24	11

§. 4.

Sind das Dividendus und Divisor nach der gegebenen Vorschrift angesezt, so sondert man von dem Dividendus so viel Ziffern auf der linken Seite oder von den größten Fächern ab, als der Divisor Ziffern enthält, bemerkt solches mit einem kleinen Strich oberhalb oder hinter der lezten abgesonderten Ziffer. Dann sucht man durch Hülfe des einmal eins, wie vielmal die erste Ziffer des Divisors in der ersten Ziffer des Dividendus enthalten ist, und bemerkt dieses wie vielmal durch die gehörige Ziffer am Plaz des Qvotienten. Hierauf wird der Divisor mit dieser gefundenen Zahl des Qvotienten multiplicirt, und das Factum unter die abgesonderten Ziffern des Dividendus gesezt, unter dieses Factum ein Strich gezogen, und

nun

nun ziehet man dieses Factum, wie bey der Subtraction gelehrt worden, von den drüben stehenden Fächern ab, und bemerkt den Rest unter den Strich, z. B.

```
 26 | 4 | 24 | 1
 24
 ---
 - 2
```

Erklärung. Hier sind die beyden ersten Fächer oder Ziffern des Dividendus 264 zur linken Hand, nemlich 2 und 6 abgesondert, weil der Divisor nur aus 2 Ziffern besteht. Dann ist gesucht worden, wie vielmal 2, als erste Ziffer des Divisors, in der ersten abgesonderten Ziffer des Dividendus enthalten ist, nemlich 1 mal; dieses 1 wird am Plaz des Qvotienten, als die erste gefundene Zahl des Qvotienten bemerkt; ferner ist der ganze Divisor 24 mit der gefundenen 1 multiplicirt, das Factum unter die abgesonderten Zahlen des Dividendus gesezt, darunter ein Strich gemacht, und nachdem das Factum von den drüber stehenden Fächern abgezogen worden; so ist der Rest 2 unter dem Strich, und unter das Fach, wo er übrig blieb, gesezt worden.

Hat

Hat das Dividendus außer den abgetheilten Fächern noch mehrere; so muß allemal das nächste Fach desselben neben den vorhin übrig gebliebenen Rest geschrieben werden, so daß das neue herunter zu rückende Fach als die Einheit des Restes angesehen wird, als:

```
26 | 4 | 24 | 1
24  .
----
 2 4
```

Nun wird abermals mit der ersten Ziffer des Divisors in die erste Ziffer, der aus dem Rest und herunter gerükten Fach des Dividendus entstandenen Zahl, dividirt: oder ich sehe, wie vielmal solche darinn enthalten ist, und bemerke solches wie vielmal durch die gehörige Ziffer am Plaz des Qvotienten neben der schon gefundenen und daselbst angeschriebenen Zahl. Alsdann wird der Divisor wie beym erstenmal mit dieser iezt gefundenen Ziffer multiplicirt, das Factum unter die aus dem vorigen Rest und herunter gesezten Fach des Dividendus entstandene Zahl gesezt, von solcher abgezogen, und der etwan übrig bleibende Rest unter dem zuvor gezogenen Strich bemerkt, z. B.

```
26|4|24|11
24 .
--
 24
 24
---
 --
```

Erklårung. Hier war aus dem vorigen Rest 2 und dem herunter gerůkten Fach des Dividendus 4 die neue zu theilende Zahl 24 entstanden; in die erste Ziffer derselben mit der ersten Ziffer des Divisors dividirt, und da solche nur einmal darinn enthalten ist; so wird dieses 1 am Plaz des Qvotienten neben der schon gefundenen 1 angeschrieben. Mit diesem neu gefundenen Theil des Qvotienten wird der Divisor multiplicirt, und das Factum unter die iezt getheilte Zahl geschrieben, und davon abgezogen. Kein Rest bleibt ůbrig. Also enthålt die Zahl 264 gerade 11 gleiche Theile, deren ieder den Werth 24 ausmacht.

§. 5.

Wenn eben so viel abgezåhlte Ziffern des Dividendus, als der Divisor Ziffern hat, den Werth des Divisors nicht ausmachen;

machen; so muß vom Dividendus eine Ziffer mehr, als der Divisor enthält, abgesondert werden, und dann dividirt man mit der ersten Ziffer des Divisors in die zwey ersten des Dividendus, z. B.

```
 4 7 3 8|5 || 474 | 99
 4 2 6 6
--------
   4 7 2 5
   4 2 6 6
   -------
     4 5 9.
```

Erklärung. Hier ist der Werth des aus 3 Ziffern bestehenden Divisors um 1 größer, als der Werth der 3 ersten Ziffern des Dividendus, mithin muß ich 4 Ziffern des Dividendus absondern, und daher auch mit der ersten Ziffer des Divisors 4 in die zwey ersten Ziffern des Dividendus 47 dividiren, in welchem die 4 zwar 11mal enthalten ist; weil ich aber nie über 9 nehmen kann noch darf, so wird die Zahl 9 als erste Ziffer des Quotienten angesezt, damit der Divisor 474 multiplicirt, woraus das unter das Dividendus gesezte Factum 4266 entstanden ist; wenn dieses Factum von den

den abgesonderten Fächern des Dividendus abgezogen wird, so bleibt 472 zum Rest; hierzu das noch übrige Fach des Dividendus herunter gesezt, ergiebt sich eine neue zu theilende Zahl von 4 Ziffern, nemlich 4725. Ich muß also abermals mit der ersten Ziffer des Divisors in die zwey ersten Ziffern dieser zu theilenden Zahl dividiren, und abermals nur 4 in 47 9mal als Qvotienten annehmen; dann wird der Divisor mit dieser abermals gefundenen Ziffer des Qvotienten multiplicirt; das Factum von der zu theilenden Zahl abgezogen, da sich ein Rest von 459 ergiebt, der dem Werth des Divisors nicht gleich kömmt, mithin ist der Divisor nur 99mal im Dividendus enthalten.

§. 6.

Eigentlich kann ich ein iedes Divisionsexempel als so viel neue Exempel, oder so viele Wiederholungen ansehen, als nemlich nach den abgesonderten noch Fächer des Dividendus übrig und herab zu rücken sind. Trift nun der Fall ein, daß bey einer Wiederholung des Dividendus, der übergebliebene Rest des vorigen Dividirens

rens samt dem neu angehängten Fach vom Dividendus den Werth des Divisors nicht ausmacht, oder wohl gar kein Rest übrig geblieben ist; so schreibt man zum Qvotienten eine Null, und rükt noch ein Fach des Dividendus herunter; sollte die dadurch vergrößerte Theilungszahl noch immer den Werth des Divisors nicht ausmachen; so schreibt man noch eine Null zum Qvotienten, und rükt nachher noch ein Fach des Dividendus herunter, wenn noch eins vorhanden ist; sollte aber das Dividendus kein übriges Fach mehr haben, so wird die den Werth des Divisors nicht ansteigende Zahl als Rest betrachtet, z. B.

583714 | 57 | 10240
57....
137..
114..
231.
228.
34

Erklärung. Hier blieb nach dem erstenmal Dividiren nur 1 zum Rest, dieser

ser mit dem angehängten neuen Fach 3 macht den Werth des Divisors noch nicht aus, es muß daher zum Qvotienten eine Null angeschrieben, und noch das folgende Fach des Dividendus angehängt werden. Der lezte übrig gebliebene Rest 3 macht mit dem angehängten lezten Fach des Dividendus 4 den Werth des Divisors noch nicht aus, es wird also dem Qvotienten eine Null angeschrieben, und 34 bleibt als Rest der ganzen Rechnung übrig.

§. 7.

Auch bey der Division lassen sich, wenn Nullen vorhanden sind, einige vortheilhafte Abkürzungen machen; ich will die Fälle, wo dies geschehen kann, hier anführen:

1) Wenn der Divisor am Ende Nullen hat, so sieht man sie während der Division an, als ob sie nicht da wären, schneidet aber am Ende des Dividendus eben so viel Fächer ab, als der Divisor Nullen hatte, z. B.

```
6384 (52) || 45 (00) | 141
45 : .
------
188.
180.
------
-- 84
   45
------
   39
```

Hat man nach geschehener Absonderung der Nullen vom Divisor und eben so vieler Fächer des Dividendus bis zu Ende dividirt: so muß man zu dem übrig bleibenden Rest die vorhin vom Dividendus abgeschnittenen Fächer wieder anrücken, z. B. hier blieb 39 als Rest übrig, diesem müssen die oben abgesonderten 52 so angehängt werden, daß daraus der eigentliche Rest von 3952 entsteht.

2) Hat der Divisor und das Dividendus am Ende Nullen, so streicht man von einem so viel als vom andern weg, und nimmt die abgestrichenen weder bey dem Rest, noch bey dem Divisor wieder auf, z. B.

```
48ØØØ || 24ØØØ | 2.
48
------
--
```

§. 8.

§. 8.

Man nennt die bisherige Art des Dividirens gewöhnlich das Untersichdividiren, weil es noch eine sonst gewöhnlichere Art giebt, die man, weil das Exempel beym Ausrechnen aufwärts steigt, das Obersichdividiren nennt. Die erste bisher gezeigte behauptet aber vor allen Arten zu dividiren ohnstreitig den Vorzug. Doch kann man um der Kürze willen das Obersichdividiren auf den Fall, wenn der Divisor nur aus einer Ziffer besteht, wie solches weiter unten, besonders in der Lehre von Brüchen, sehr oft vorkömmt, sehr vortheilhaft brauchen. Am besten schreibt man sodann den Qvotienten gleich unter das Dividendus, z. B.

3684 || 2
1842

Erklärung. Die Zahl 3684 soll durch 2 dividirt werden, man schreibt den Divisor an den gehörigen Ort an, oder merkt solchen auch nur im Gedächtniß. Dann sucht man den Qvotienten von 2 in 3 als dem ersten Fach des Dividendus, welcher 1 ist, und das Fach nach Abzug

des Divisors von dem dividirten ersten Fach des Dividendus übrig bleibende 1 merkt man sich durch einen Punkt über der 3. Dann dividirt man in das zweyte Fach 6 des Dividendus, zu welchem der vorige Rest 1 als Zehner anzusehen ist, mithin ist die zu divirende Zahl 16, in welcher 2 8mal enthalten ist. Eben so wird bis zu Ende verfahren.

Weil diese Art zu dividiren in der Folge noch sehr oft vorkommen wird; so setze ich noch ein Exempel, das durch mehrere einfache Divisors getheilt worden ist, hier zur Uebung an; gut wird es seyn, wenn man Anfänger recht viele Zahlen, die man nur willkührlich ansetzen darf, durch einfache Divisores auf solche Art dividiren läßt.

162960	(7
23280	(6
3880	(5
776	(2
388	(2
194	(2
97	

Weiter unten bey der Lehre von Brüchen lassen sich Kennzeichen angeben, mit welcher einfa-

einfachen Zahl man die vorhandenen Dividendus am schiklichsten theilen kann.

Anhang
zur Division und Multiplication.

§. 1.

Man hat noch eine Art des Ansatzes bey der Division, wovon ich dem Neugierigen nur ein Exempel zur Probe hieher setze.

```
            1 6 1
          ─────────
          1 1 4 4
          1 0 9 8
              4 3 6 | 133
Divisor  (3 2 7)    |
            9 8 1
```

Hier ist der Divisor 327 unter die 3 ersten Fächer des Dividendus 436 gesezt worden, die übrigen Fächer des Dividendus 541 werden gerade über einander über das dritte Fach desselben geschrieben. Dann ist wie bey den andern Arten der Division in die ersten abgesonderten Fächer des Dividendus dividirt, und der Rest der nach

Abzug des Divisors mit dem gefundenen Qvotienten multiplicirt, und dieses Factum von den drüben stehenden Fächern subtrahirt, wird zwar über die ersten Fächer des Dividendus geschrieben, doch so, daß der Rest von 6 über die 3 gesezt wird, weil über der 6 das folgende Fach des Dividendus schon steht; eben so wird es mit den übrigen Resten gehalten, daß sie immer über das nächste Fach vorwärts gesezt werden; dadurch gewinnt man den Vortheil, daß immer die neue zu theilende Zahl in gerader Linie nebst dem neu anzufügenden Fach des Dividendus mit einander stehen; ingleichen steht die erste Zahl des Divisors, mit welcher der Qvotient zu suchen ist, immer gerade unter den Zahlen, aus welchen die Ziffern des Qvotientens zu suchen sind.

§. 2.

Die Probe zur Division wird am sichersten durch die Multiplication gemacht. Indem ich den Qvotienten durch den Divisor multiplicire, und zu dem daraus entstehenden Factum den bey der Division gebliebenen Rest addire, so muß das lezte Haupt-

Hauptfactum dem Dividendus gleich seyn, z. B.

```
Dividendus 65384 || 384 | 146
           384..            384
           -----            ----
           1798.            584
           1536.          11680
           -----          4382
            2624             3
            2304
            -----          -----
             320          56384
```

§. 3.

Die Probe über die Multiplication wird durch die Division gemacht, also: daß ich das Factum mit dem Multiplicator dividire und zum Qvotienten das Multiplicandus ohne Rest erhalte. Oder man dividirt das Factum durch das Multiplicandus, und erhält zum Qvotienten den Multiplicator gleichfalls ohne Rest, z. B.

```
   5364       3 4 7 0|5 0 8||647|5364
    647       3 2 3 5 . . .
   -----      ---------
  37548        2 3 5 5  . .
 21456         1 9 4 1  . .
32184         ---------
-------          4 1 4 0 .
3470508          3 8 8 2 .
                ---------
                   2 5 8 8
                   2 5 8 8
                  ---------
                   - - - -

       3 4 7 0 5|0 8||5364|647
       2 5 2 1 0 . .
       ---------
         2 5 2 1 0 .
         2 1 4 5 6 .
        ---------
           3 7 5 4 8
           3 7 5 4 8
          -----------
           - - - - -
```

§. 4.

Zu Ersparung des Raums habe ich bisher kein Exempel zur Uebung angehängt, da solche ieder für die bisherigen Regeln leicht sich selbst erfinden kann; aber für die

die fernern Regeln wird es erforderlich seyn, daß Exempel zur Uebung angefügt werden, und damit dieses mit möglichster Kürze geschehen könne, muß man sich zuvor mit den gewöhnlichen Zeichen dieser abgehandelten Regeln bekannt machen, wodurch Aufgaben und Ansätze in der Rechnung gar viel leichter übersehen werden können.

1) (=) das Zeichen der Gleichheit, signum aequalitatis, besteht aus 2 gleich langen Qveerstrichen.

2) (+) das Zeichen der Addition, heißt auch plus oder und ist ein stehendes Kreuz, z. B. 4 + 5 = 9, oder 4 addirt zu 5, ist gleich der Zahl 9.

3) (—) das Zeichen der Subtraction ist ein Qveerstrich und heißt weniger, oder minus, z. B. 4 — 3 = 1, oder 4 weniger 3 ist gleich 1.

4) (×) das Zeichen der Multiplication ist ein liegendes Kreuz, und wird durch mal ausgedrükt, z. B. 4 × 3 = 12, oder 4mal 3 ist gleich 12.

5) (:) das Zeichen der Division besteht aus 2 Punkten über einander, und wird durch in ausgedrükt, z. B. 4 : 12 = 3, oder 4 in 12 gleich 3.

Man

Man kann die Division auch so ausdrücken, daß man zwischen das Dividendus und den drunter gesezten Divisor einen Qveerstrich macht, als $\frac{10}{5}$ = 2 oder 10 dividirt durch 5 ist gleich 2.

Der Nutzen und die Veranlassung zu diesem Ausdruk der Division wird weiter unten bey der Lehre von Brüchen Kap. 10. §. 2. ꝛc.) gezeigt werden.

Zweyte Abtheilung.

Von der Anwendung der Grundregeln.

Kapitel 6.

Addition mit benannten Zahlen.

§. 1.

Ohne richtige Kenntniß der gangbarsten Münzen, Gewichts oder Maases kann man

man in diesen Rechnungsarten nicht fortkommen; ich verweise daher auf die am Ende angehängte Tabelle, worinnen die am meisten besonders in Sachsen und Franken vorkommenden Maase angegeben sind, wozu man das noch fehlende immer leicht hinzusetzen kann.

§. 2.

Die gegebenen Zahlen werden richtig unter einander gesezt, so daß nicht nur einerley Benennungen, sondern auch nach Kap. 2. §. 2. Einheiten unter Einheiten ꝛc. zu stehen kommen, unter alle wird ein Qveerstrich gemacht. Dann addirt man zuerst die Zahlen der geringsten Benennung nach den Regeln des 2. Kap. zusammen; ehe man die Summe unter den Strich sezt, untersucht man erst, ob der Werth der nächsten grössern Benennung in dieser Summe enthalten ist, dieses wird gefunden, wenn man die gefundene Summe durch den Werth der folgenden Benennung dividirt, der Qvotient wird sodann zu der folgenden Benennung gemerkt, und nur der etwan übrig bleibende Rest unter der eben addirten Benennung angeschrieben. Eben so wird verfahren bis zur

größten Benennung, deren Summe ohne weitere Umstände angesezt wird, z. B.

4 fl. frk.	13 bz.	4 kr.
7 =	11 =	3 =
16 =	7 =	2 =
29 fl. frk.	2 bz.	4 kr.

Erklärung. Hier giebt die Addition der kleinsten Benennung Kreuzer die Summe 9, welche durch 5, als den Werth der nächsten Benennung Batzen in Beziehung auf Kreuzer dividirt wird, und der Qvotient 1 zur folgenden Benennung gemerkt, der Rest 4 aber unter den Strich und unter die addirte Benennung gesezt wird. Die Summe der Batzen beträgt mit dem von den Kreuzern dazu gemerkten Batzen 32, diese durch 15, als so viele einen Gülden fränkisch ausmachen, dividirt, giebt den Qvotienten 2 und den Rest 2. Ersterer wird zum folgenden Fach der Gülden gemerkt, und lezterer unter die addirte Benennung gesezt. Dann zählt man die Gülden zusammen, rechnet die 2 von denen Batzen erhaltenen dazu, und schreibt die daraus entstandene Summe 29 an.

§. 3.

§. 3.

Sind viele Posten über einander zu addiren; so kann man sich auch hier des Vortheils Kap. 2. §. 4. bedienen.

§. 4.

Die Probe über diese Addition wird durch die Subtraction am sichersten gemacht, welches im folgenden Kapitel vorkömmt.

Kapitel 7.

Subtraction mit Benennungen.

---

§. 1.

Hier müssen die gegebenen Zahlen, wie bey der Addition unter einander gesezt werden; dann fängt man bey der kleinsten Benennung an abzuziehen, und sezt den Rest unter den gezogenen Qveerstrich, z. B.

4 rthlr.

4 rthlr.	19 gr.	8 pf.
2 =	6 =	3 =
2 =	13 =	5 =

§. 2.

Ist aber die Zahl des Integrums bey irgend einer Benennung zum Abziehen des Subtrahendus dieser Benennung zu klein; so muß bey der nächsten Benennung eine Einheit geborgt werden, welche bey dem Fach, wozu sie geborgt worden, in dem Werth angenommen wird, als so viele Stücke derselben Benennung auf die grössere gehen, dann zieht man von diesem das Subtrahendus ab, und zum Rest addirt man die vorhin zu klein zum Abziehen gewesene Zahl des Integrums, sezt die daraus entstandene Summe als Rest unter den Strich, z. B.

4 Ctr.	24 ℔	6 Lth.
1 =	75 =	20 =
2 Ctr.	48 Pfund	18 Loth.

Erklärung. Hier kann ich die 20 Loth des Subtrahendus von 6 Loth des Integrums nicht abziehen, muß daher von der

der nächsten Benennung ℔. 1 borgen; da aber 1 ℔. 32 Lth. hat, so ziehe ich zuvörderst 20 von 32 ab, bleibt 12, hierzu addire ich die vorher nicht zureichenden 6 Loth, daraus entstund der unter der Linie angegebene Rest 18 Lth. Ferner kan ich 75 ℔ von nunmehr 23 ℔, die das Integrum nur noch hat, nicht abziehen, ich muß also 1 Ctr. borgen, dieser enthält 100 ℔, hiervon 75 abgezogen, bleibt 25, zu diesen die 23 des Integrums gerechnet, macht den Rest 48 aus.

§. 3.

Sollte es aber die nächste größere Benennung des Integrums, bey welcher ich zur kleinern borgen soll, keine Einheit zu verborgen haben, so muß ich zur nächsten fortgehen, und borgen, aber vorher den Werth der grösern Benennung auf die zweyte Benennung resolviren, hiervon nehme ich nur eine Einheit zur dritten Benennung, die übrigen merkt man sich bey dem zweyten Fach an, und die genommene Einheit wird abermals auf den Werth der dritten Benennung resolvirt, z. B.

7 rthlr.	(23) gr.	6 pf.
4 =	18 =	9 =
2	5	9 pf.

Erklärung. Das zweyte Fach des Integrums (gr.) hatte nichts zu verborgen, man muß also 1 rthlr. borgen, solchen erst zu gr. resolviren, hernach von diesen gr. 1. zu den Pfennigen übertragen, die übrigen 23 aber mit kleinern Ziffern unter gr. des Integrums anmerken, sind die Pfennige richtig abgezogen, so darf ich nun bey dem zweyten Fach nur die 18 gr. des Subtrahendus von den hier zurükgebliebenen 23 gr. abziehen.

§. 4.

Die Probe über diese Regel wird am sichersten, wie bey der Subtraction ohne Benennung, durch die Addition gemacht, als:

5 Ctr.	26 ℔.	16 Lth.
3 =	48 =	24 =
1 =	77 =	24 =
5 =	26 =	16 =

Ka=

Kapitel 8.

Multiplication mit Benennungen.

---

§. 1.

Bey dieser Regel muß zweyerley unterschieden werden: Entweder sollen verschiedene Sorten von Maas oder Gewicht, durch einerley Zahl vervielfältigt werden, und sollen im Product auch verschiedene Benennungen bleiben; oder es soll eine grösere Benennung in die kleinere aufgelöst werden. Das leztere nenne ich Resolviren.

§. 2.

Sollen verschiedene Benennungen durch eine Zahl, die dazu gegeben worden, vervielfältigt werden; so wir auch hier, wie bey den vorigen Regeln, bey der kleinsten Benennung angefangen, dieselbe durch den gegebenen Multiplicator vervielfältigt, das daraus entstandene Product kan aber nicht sogleich angeschrieben werden, sondern es muß erst untersucht werden, wieviel von der nächsten größern Benennung in diesem

gefundenen Product enthalten sind, diese werden bey der nächsten größern Benennung angemerkt, und nur der übrigbleibende Rest wird unter den Strich angesezt; eben so wird bey der folgenden Benennung verfahren, wo aber nach geschehener Vervielfältigung derselben mit dem Multiplicator zu dem daraus entstandenen Product die aus dem vorigen Fach hier angemerkte Zahl addirt werden muß, z. B.

17 rthlr.	9 gr.	6 pf.
	(6)	13
226 =	3 =	6 =

Erklärung. Die 6 pf. mit 13 multiplicirt geben das Product 78, in solchem sind 6 gr. enthalten, welche beym Fach der gr. angemerkt, die übrigbleibenden 6 pf. als Theil des Hauptproducts unter den Strich gesezt sind; ferner sind 9 gr. mit 13 multiplicirt worden, woraus das Factum von 117 gr. entstand, zu diesem müssen die aus den Pfennigen erhaltenen 6 gr. addirt werden, dann aber die Summe von 123 gr. durch die Division mit 24 zu rthlr. gemacht, woraus sich ergiebt, daß in dieser Summe 5 rthlr. und 3 gr. stecken; die 3 gr. sezt

man

man unter dem Strich bey der Benennung gr. an, und 5 rthlr. werden bey den rthlrn angemerkt, bis die 17 rthlr als Multiplicandus mit 13 gleichfals multiplicirt sind, zu welchem Facto hernach die aus den gr. erhaltenen 5 rthlr hinzugezählt werden müssen.

§. 3.

Es werden bey dieser Multiplication von andern zwar dadurch vermeintliche Abkürzungen gemacht, daß sie den Multiplicator nach dem Einmaleins, wo möglich, zerfällen; da aber diese Art bey den wenigsten Exempeln eine wahre Abkürzung oder Erleichterung macht; so lasse ich solche um deswillen ganz weg, und will lieber im Kapitel von Brüchen einen andern kürzern Weg bey der Multiplication so wohl als bey der Division mit Benennungen angeben, hier aber den Schüler durch die Angabe so verschiedener Rechnungsarten nicht aufhalten und ermüden.

§. 4.

Eine größere Benennung in eine kleinere oder die kleinste zu resolviren, geschieht

also: Man multiplicirt die größere Benennung mit der Zahl, welche anzeigt, wie viele Stücke der nächsten kleinern Benennung auf die größere gehen; soll es noch weiter resolvirt werden, so muß das aus der ersten Multiplication entstandene Factum abermals mit dem Werth, den diese Benennung bey der folgenden kleinern hat, multiplicirt werden, dieses wird so lange fortgesezt, bis die gegebene Zahl zur kleinsten vorhandenen Benennung resolvirt ist, z. B. 18 rthlr sollen zu Pfennigen gemacht werden,

```
    18 rthlr.
    24
   ----
    72
   36
  -----
   432 gr.
    12
  -----
   864
  432
  -----
  5184 pf.
```

§. 5.

Die Probe über diese beyderley Arten der Multiplication wird am sichersten durch

die

die Division gemacht, und hat solches bey Anfängern auch den Nutzen, daß sie sich in beyden Regeln zugleich üben. Exempel folgen am Ende der Division.

Kapitel 9.

Von der Division mit Benennungen.

§. 1.

Auch hier sind, wie bey der Multiplication zwey Fälle zu unterscheiden: Entweder soll ich eine gegebene Zahl von verschiedenen Benennungen durch eine andere gegebene Zahl in gleiche Theile theilen; oder ich soll aus einer kleinern Benennung eine größere machen, die den vorigen Werth ausmacht, das heißt man Reduciren.

§. 2.

Der Ansaz wird beym erstern Fall, wie bey der Division, ohne Benennung gemacht. Dann wird durch den Divisor die größte Benennung zuerst getheilt, der Qvotient unter eben dem Namen angemerkt, der Rest aber wird zur nächsten kleinern Benennung resolvirt, dazu die Zahl eben dieser Benennung vom Dividendus addirt, jezt wird auch diese Zahl durch den Divisor getheilt, der Qvotient erhält die Benennung wieder, welche die getheilte Zahl hatte, und mit dem Rest verfährt man wieder, wie beym vorigenmal, wenn noch eine kleinere Benennung vorhanden ist, bleibt aber bey der leztern Benennung noch ein Rest übrig, so muß solcher, da er nicht weiter zu theilen ist, mit dem Divisor und dem Zeichen der Division, nemlich einen zwischen beyde Zahlen gemachten Qverstrich, dem Qvotienten beygeschrieben werden, z. B. man soll 16 rthlr. 11 gr. 9 pf. in 7 gleiche Theile theilen, stehet also:

```
7) 16 rthl. 11 gr. 9 pf. | 2 rthl. 8 gr. 6 pf. 3/7 pf.
   14
   ――
    2 rthl. rest. × 24
   24
   ――
   48 gr.
   11 gr. des Dividendus
   ――
   59
   56
   ――
    3 gr. rest. × 12.
   12
   ――
   36
    9 pf. des Divid.
   ――
   45
   42
   ――
    3
```

Erklärung. 16 rthlr sind durch 7 dividirt, hieraus entstund der Qvotient 2 rthlr. und der Rest 2 rthlr. Leztere sind durch 24 zu gr. gemacht und 11 gr. des Dividendus dazu addirt, die daraus entstandene Summe 59 gr. ist nun durch 7 Dividirt, und giebt zum Qvotienten 8 gr., 3 gr. bleibt als Rest übrig; diese werden durch 12 zu pf. resolvirt, die 9 pf. des Dividen-

dus dazu addirt, und in die nun entstandene Summe 45 pf. wird mit 7 dividirt, woraus der Quotient 6 pf. und der Rest 3 pf. entstand; da nun die 3 pf. nicht kleiner gemacht, und durch 7 nicht weiter getheilt werden können, so wird solcher Rest 3 mit dem Divisor 7 und einem dazwischen gemachten Qveerstrich bey der Benennung pf. mit zum Qvotienten angesezt.

§. 3.

Sollte die erste oder sonst eine Benennung des Dividendus sich durch den Divisor nicht theilen lassen, so wird solche gleich zur nächsten Benennung resolvirt, und dann dividirt, z. B. man theile

6 fl. rhn. 15 krz. in 9 gleiche Theile

```
   60
 -----
  360
   15
 -----
9 | 375 | 41 5/9 kr.
    36
 -----
    15
     9
 -----
     6
```

§. 4.

Wenn eine Summe, die eine kleinere Benennung hat, zu einer größern Benennung reducirt werden soll; so dividirt man solche mit der Zahl, die bestimmt, wie viel Stücke der kleinern Benennung auf die größere gehen, z.B. wie viel machen 245 Groschen rthlr aus? stehet so:

```
24 | 245 | 10 rthlr.
   | 24  |
   ------
     05 gr. Rest.
```

Wenn die Summe einer kleinern Benennung reducirt werden soll, so muß solches von einer Benennung zur andern größern fortgesezt werden, als möglich ist, z.B. 46892 pf. wie viel machen die rthlr aus?

```
                  24
                -----
12 | 46892 | 3907 gr. | 162 rthlr.
   | 36... | 24..     |
     -----   ----
     108..   150.
     108..   144.
     -----   ----
     ...92    67
        84    48
     -----   ----
      8 pf.  19 gr.
```

§. 5.

§. 5.

Die bey dieser Regel zu machenden Abkürzungen verspare ich bis nach geschehener Abhandlung von Brüchen.

§. 6.

Die Probe über diese Division wird durch die Multiplication gemacht: indem ich den Qvotienten mit dem Divisor multiplicire, und das Dividendus zum Product erhalte. Und da ich bey der Multiplication die Probe derselben hier nachzuholen versprochen, so will ich in verschiedenen Exempeln die verschiedenen Fälle dieser beyden Regeln nacheinander prüfen.

I.) 16 Ctr. 8 ℔. 6 Lth ✕ 32, geben das Product

514 Ctr. 62 ℔. —. wenn nun dieses Product wieder durch 32 dividirt wird, so muß der Quotient dem obigen Multiplicandus gleich seyn.

32)

32) 514 Ctr. 62 ℔. | 16 Ctr. 8 ℔. 6 Lth.

32

194
192

2 Ctr.
100

200 ℔.
62 ℔. des Divid.

262 ℔.
256

-- 6 ℔. Rest. Diese zu Loth gemacht
32 mit 32.

192 Lth. Dividirt mit 32 giebt noch
192 6 Lth.

II.) 24 rthlr 13 gr. 11 pf. zu Pfennigen resolvirt, machen die Summe von 7079 pf. aus. Zur Probe werden diese Pfennige nach den Regeln der Division reducirt.

12) 7079 | 589 | 24 | 24 rthlr.
60.. 48
107. 109
96. 96
119 13 gr.
108
11 pf.

III.) 16 rthlr 16 gr. : 15 geben zum Qvotienten

× 15) 1 rthlr. 2 gr. 8 pf. Dieser Qvotient mit dem Divisor multiplicirt, muß das Dividendus zum Product herauskommen.

1 rthl. 2 gr. 8 pf.
15 (10) 15 |
15 15 12 | 120 | 10 gr.
1 rthl. von 30 |12 welche
16 den gr. 10 --0 bey der
24) 40 | 1 rthlr zweyten
24 Benennung anzumerken sind.
16 gr.

IV.)

IV.) 10000 Pfennige machen, wenn sie reducirt werden, aus

34 rthlr. 17 gr. 4 pf.
24
136
687
833
12
1666
8334
10000 Pfennige.

Resolvirt man diese Benennungen wieder zu Pfeñigen, so entsteht die erste Summe zum Product.

Kapitel 10.

Von Brüchen.

Einleitung.

Da ich in der Lehre von Brüchen alle bey den fernern Rechnungen mögliche wahre Ab-

Abkürzungen suche, und daraus die deutlichern Erklärungen der folgenden Regeln herleite; so werde ich hier, wie mit Brüchen umzugehen sey, auch deshalb umständlicher abhandeln, und bitte, diese Anweisung, ehe man weiter fortschreitet, wohl durchzuarbeiten.

§. 1.

Was ist ein Bruch?

Ein Bruch (fractio) bestehet aus zwo Zahlen, wodurch ich gewisse Theile des Ganzen bestimme.

Es kommen bey einem Bruch zwo Zahlen vor, davon die eine die Theile, die andere den Werth der Theile bestimmt. Beyde haben in die Rechnung mit Brüchen großen Einfluß. Die verschiedene Absicht dieser zwo Zahlen bey einem Bruch verursacht zwar neue Regeln, nach welchen man mit Brüchen rechnen muß; sie gewährt aber auch viele, ja alle Erleichterungen bey den folgenden Rechnungen.

Man merke sich daher zuvörderst folgende Uebersicht dessen, worauf es bey den Brüchen hauptsächlich ankomme.

1) Die

1) die rechte Schreibart eines Bruchs,
2) die verschiedenen Gattungen,
3) das Einrichten,
4) das Abkürzen,
5) das Resolviren, und
6) das Reduciren der Brüche.

§. 2.

Die rechte Schreibart des Bruchs.

a) Die Zahlen eines Bruchs werden so angeschrieben, daß die Zahl, welche die genommene Theile ausdrükt, oben, und die, welche den Werth oder die Anzahl gemachter Theile des Ganzen bestimmt, unten angeschrieben werden, zwischen beyde macht man einen Qveerstrich, z. B. $\frac{3}{4}$

b) Die untere Zahl, welche die aus dem Ganzen gemachten Theile ausdrükt, heißt der Nenner (nominator); die obere Zahl aber, welche bestimmt, wie viel solcher Theile genommen sind, heißt der Zähler, (numerator) z. B.

$\frac{3}{4}$ der Zähler,
der Nenner.

c) Jede Zahl also bey Brüchen, die einen Qveerstrich über sich hat, ist ein Nenner; nicht aber umgekehrt; die Zahl nemlich, die einen Qveerstrich unter sich hat, ist deswegen nicht allemal ein Zähler.

d) Um Anfängern den Begriff von Brüchen zu erleichtern, thut man wohl, wenn man an die Tafel eine lange Qveerlinie zieht, die in 4 8 16 gleiche Theile eingetheilt worden ist.

e) Jeder Bruch ist auch so anzusehen, daß man sich den Zähler als Dividendus und den Nenner als Divisor denkt, der Bruch selbst aber ist seinem Werth nach der Qvotient von dieser Division. Wenn ich also $\frac{3}{4}$ annehme; so wäre 3 das Dividendus, das ich durch 4 in so viel gleiche Theile theilen soll, als möglich ist. Da sich nun 3 als Ganze genommen, nicht in 4 gleiche Theile, wovon jeder ein Ganzes machte, theilen läßt; so muß ich die 3 Ganze jedes

jedes in 4 gleiche Theile theilen, nehme hernach von jedem Ganzen ein solches Viertel, so muß der Qvotient natürlich aus $\frac{3}{4}$ bestehen. Hieraus folgere ich folgende in der Folge sehr vortheilhafte Lehrsätze.

1) So oft ich dividiren soll, darf ich nur zwischen das Dividendus und den drunter geschriebenen Divisor einen Qveerstrich machen, und den daraus entstandenen Bruch als Qvotienten der vorgehabten Division ansehen.

2) Wenn ich mit einem größern Divisor in ein kleineres Dividendus dividiren soll, so setze ich beyde nach der vorhergehenden Num. 1. nur als Bruch an, und darf solchen für den wahren Qvotienten der aufgegebenen Division ansehen.

3) Wenn auch ein Bruch durch eine andere Zahl dividirt werden soll, so setze den Divisor nur als noch einen neuen Nenner unter den Bruch, wird hernach ein solcher Bruch nach §. 4. dieses Kapitels eingerichtet, so habe ich gleichfalls den richtigen Qvotienten.

§. 3.

Die verschiedenen Gattungen der Brüche lassen sich am besten aus folgender Tabelle einsehen.

Die Brüche sind

- einfache
  - ächte $\frac{3}{4}$ 1)
  - unächte
    - die ein Ganzes gerade ausmachen $\frac{4}{4}$ 2)
    - die mehr als ein Ganzes ausmachen $\frac{5}{4}$ 3)
- zusammengesezte
  - mit ganzen $4\frac{1}{4}$ 4)
  - mit Brüchen
    - mit einem $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ oder eigentlich $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{4}$ 5)
    - mit zweyen. $3\frac{\frac{1}{2}}{4}$ 6) oder $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{4}$

Erklärung dieser Tabelle.

1) Ein ächter Bruch heißt derjenige, so nur einige Theile; oder einen Theil des Ganzen ausmacht, nie aber das Ganze völlig in sich faßt, als $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$.

Bey einem ächten Bruch muß der Zähler allemal kleiner, als der Nenner seyn.

2. 3)

2. 3) Der unächte Bruch begreift ein oder mehrere Ganze, oder auch wohl einen oder mehrere Theile drüber in sich.

Macht der unächte Bruch gerade ein Ganzes in sich, so ist sein Zähler gerade so groß als der Nenner, als

$\frac{4}{4}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{16}{16}$.

Begreift aber der unächte Bruch entweder mehrere Ganze, oder einige Theile über ein Ganzes in sich, so ist sein Zähler allemal größer als sein Nenner, als,

$\frac{9}{8}$, oder ein Ganzes und $\frac{1}{8}$
$\frac{16}{8}$ oder gerade 2 Ganze
$\frac{19}{8}$ oder 2 Ganze und $\frac{3}{8}$.

4) Wenn unter einerley Benennung eine ganze Zahl und ein Bruch beysammen stehen, so nennt man das eine vermischte Zahl.

5) Wenn einer oder mehrere Theile des Ganzen wieder in gleiche Theile getheilt worden sind, und ich soll einige davon genommene Theile ausdrücken, so geschieht es auf die Art, daß ich erst die genomme-

nen neu gemachten Theile durch einen Zähler ausdrücke, unter solchen macht man den gehörigen Qveerstrich; dann aber muß ich durch einen Nenner unter diesem Strich anzeigen, in welche gleiche Theile ich einen oder mehrere Theile des Ganzen wieder eingetheilt habe; und endlich wird unter einen nochmals gemachten Qveerstrich auch durch einen Nenner bestimmt, wie viel ich zuerst gleiche Theile aus dem Ganzen gemacht habe. Man nennt einen solchen Bruch Bruchsbruch. Und hat ein solcher Bruch einen Zähler und zwey Nenner, als $\frac{\frac{1}{2}}{4}$

6) Will man aber einige ungetheilte Theile des Ganzen und einen oder etliche von andern Theilen des Ganzen nochmals gemachte Theile unter einerley Bennennung ausdrücken; so heißt das ein vermischter Bruch, als $3\frac{\frac{1}{2}}{4}$

Bey dem Schreiben dieses Bruchs ist zu merken, daß erstlich durch einen Zähler, hierdurch 3, bemerkt werden muß, wie viel ich ungetheilte Theile des Ganzen auszudrücken habe, unter diesen Zähler wird ein etwas drüber hinausgehender Qveerstrich ge-

gemacht, unter welchem bey diesem Fall durch 4 als Hauptnenner bemerkt worden ist, in wie viele gleiche Theile das Ganze getheilt worden ist; dann wird neben dem Zähler durch einen andern etwas kleiner geschriebenen, oder doch tiefer, gleichwol aber über den schon vorhandenen Qveerstrich gesezten Nenner angezeigt, wie viele Theile ich aus einem oder mehrere nach vorhandenen Theilen des Ganzen wiederum gemacht habe, endlich wird über diesen neu angeschriebenen Nenner abermals, wie überall bey allen Nennern erforderlich, ein Qveerstrich gemacht, und über solchen durch einen Zähler bestimmt, wie viel solcher neu gemachten Theile zu nehmen sind. Mithin besteht dieser Bruch aus 2 Zählern und 2 Nennern, als

Zäh= 3 1. Zähler der wiedergetheilten Theile
ler der — 2 Nenner der wiedergetheilten Theile
unge= 4 Nenner der Theile des Ganzen.
theil=
ten Theile des Ganzen.

§. 4.

Da man mit den zusammengesezten Brüchen in der Rechnung nicht fortkommen

kan; oder sich doch das Verfahren ausserordentlich erschweren würde, so muß man nunmehr

Das Einrichten der Brüche,

oder die Regeln sich recht bekannt machen, wie die zusammengesezten Brüche zu einfachen gemacht werden können. Ich will dieses an jeder Gattung zusammengesezter Brüche einzeln zeigen.

1) Die vermischte Zahl enthält unter einerley Benennung Ganze und Theile des Ganzen, mit diesen, als Dingen von verschiedenem Werth, läßt sich nicht rechnen, oder es würde wenigstens mühsamer von statten gehen, als wenn ein solcher Bruch eingerichtet ist; daher muß ich, da aus einigen Theilen des Ganzen kein Ganzes gemacht werden kan, das, oder die dabey befindlichen Ganzen zu eben solchen Theilen machen, als der dabey befindliche Bruch in sich hat, dann kann ich alle diese gleichen Theile zusammen addiren, und in einem einfachen Bruch ausdrücken.

Regel. Multiplicire also die Ganzen mit dem Nenner des dabey stehenden Bruchs, ad-

addire den Zähler dieses Bruchs dazu, und setze das als den neuen Zähler an, der alte Nenner bleibt, und wird nur unter diesen neu gefundenen Zähler gesezt, als $4\frac{1}{2}$ $4 \times 2 + 1 = 9$ darunter den vorigen Nenner gesezt, giebt $\frac{9}{2}$ zum Product.

Erklärung. $4\frac{1}{2}$ soll eingerichtet werden: Da aber aus dem $\frac{1}{2}$ kein Ganzes gemacht werden kan, um es mit den 4 Ganzen als gleiche Dinge betrachten zu können, so bleibt kein Mittel sonst übrig, als man macht aus den 4 Ganzen halbe, diese können sodann mit dem $\frac{1}{2}$ zusammen gezählt und als Dinge von einerley Werth behandelt werden. Ich muß daher 4 erst mit 2, dem Nenner des dabey stehenden Bruchs multipliciren, dann 1, als den Zähler dieses Bruchs dazu addiren, die hieraus entstandene Zahl 9 als neuen Zähler ansehen, worunter der Nenner 2 wieder gesezt wird; mithin enthält der Bruch $\frac{9}{2}$ den ganzen Werth von 4 Ganzen und $\frac{1}{2}$. Anfängern muß dieser noch an Geldsorten und andern Dingen in der Natur deutlich gemacht werden.

2) Der Bruchsbruch hat zwey Nenner, welche im Rechnen Schwürigkeit verursa-

ursachen, ich darf solche nur auf einen zurük bringen, so bekömmt er die Gestalt eines einfachen Bruchs. Soll dieses richtig geschehen, so darf ich nur alle Theile des Ganzen in so viel gleiche Theile theilen, als ich aus einem oder etlichen desselben gemacht habe, und dies geschieht, wenn ich den Nenner, der die Theile des Ganzen anzeigt, mit dem Nenner multiplicire, der anzeigt, wie viel ich wiederum neue Theile von einem Theil des Ganzen machte, der Zähler bleibt unverändert.

Regel. Multiplicire die beyden Nenner eines Bruchsbruchs, das Product giebt den neuen Nenner, der Zähler bleibt, als $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ $4 \times 2 = 8$, den Zähler wieder drüber gesezt, giebt den einfachen Bruch $\frac{1}{8}$.

Erklärung. Hier war das Ganze erst in vier Theile, hernach einer von diesen Theilen wieder in 2 gleiche Theile zerlegt worden, von welchen neuen Theilen ich nur einen nehmen sollte. Um nun die beyden Nenner in einen zu bringen, muß man natürlich auch die übrigen 3 Theile in halbe theilen, das giebt vom Ganzen 8 Theile. Nehme ich nun einen von diesen 8, oder 4,

aber

aber jeden in 2 gleiche Hälfte getheilten Theilen, so habe ich natürlich $\frac{1}{8}$. An der oben in Vorschlag gebrachten und in 4, 8, 16 gleiche Theile getheilten Queerlinie läßt sich dieses abermals den Anfängern recht einleuchtend machen.

3) Der vermischte Bruch besteht aus einem einfachen und Bruchsbruch, wovon lezterer eben den Hauptnenner hat, den der einfache hat. Auch hier ist es natürlicher, die noch ungetheilten größern Theile zu kleinern, und zwar solchen Theilen zu machen, wie sie der Bruchsbruch enthält; um dieses zu bewürken, muß ich den gemeinschaftlichen Nenner mit dem andern Nenner multipliciren, hernach muß man aber auch den Zähler des einfachen Bruchs mit dem obern Nenner des Bruchsbruchs multipliciren, (weil alle Theile des Ganzen noch einmal getheilt, und also jeder in so viel kleinere Theile vervielfältigt worden ist,) ehe ich diesen Zähler des einfachen Bruchs mit dem Zähler des Bruchsbruchs zusammen addiren kan.

Regel. Man multiplicirt die beyden Nenner des vermischten Bruchs, das Product

duct giebt den neuen Nenner; dann wird der Zähler des einfachen Bruchs mit dem obern Nenner des Bruchsbruchs multiplicirt, zu diesem Product wird der Zähler des Bruchsbruchs addirt, das giebt den neuen Zähler, z. B.

$3\frac{\frac{1}{2}}{4}$ $4 \times 2 = 8.$ neuer Nenner.

$3 \times 2 + 1 = 7$ neuer Zähler.

$\frac{7}{8}$ neues Product.

Erklärung. Hier sollte ich 3 ganze Viertel und ½ Viertel zusammen in Eins bringen, ich mußte also aus den ganzen $\frac{3}{4}$ auch halbe Viertel machen, dies geschah, indem ich sowol die 4, als auch die 3, mit 2 multiplicirte, denn 3 ganze Viertel machen 6 halbe Viertel, oder $\frac{6}{8}$ aus, zu diesem 6, als Zähler, addire ich hernach den Zähler des Bruchsbruchs, der jezt mit diesen $\frac{6}{8}$ ein Theil von gleichem Werth ist.

An der schon angeführten Linie läßt sich dieses abermals mehr erläutern.

Anm. Die beyden ersten von diesen Regeln sind ernstlich einzuprägen nöthig, weil solche bey der Regel detri häufig vor-

kom-

kommen, und viele Vortheile aus dieser Einrichtung entstehen.

§. 5.

Ein Bruch kan zu Zähler und Nenner große Zahlen haben, und dessen Werth macht doch nicht mehr aus, als der Werth eines Bruchs der kleinere, wol gar nur einfache Ziffern, zu Zähler und Nenner hat. Dadurch nun, daß ich lerne nach bestimmten einleuchtenden Regeln einen Bruch aus großen Zahlen bestehend in kleinere Zahlen abzukürzen, bahnt man sich in der Rechnung einen sehr ergiebigen Weg zu vielen Vortheilen, denn mit kleineren Zahlen läßt sich geschwinder, sicherer und leichter rechnen, als mit großen, wenn man nemlich auf diese Art eben das findet, was man gesucht hat. Ich rathe daher recht sehr,

Das Abkürzen der Brüche

nach bestimmten Regeln sich tüchtig einzuprägen, weil man durch diesen Vortheil alle andere Regeln, die angeblich zu einer leichtern und vortheilhaftern Rechnungsart helfen sollen, als die sogenannte Practica,

Ket-

Kettenregel, Zerfällungsregel rc. entbehren, und eben so leicht zu seinem gewünschten Zwek kommen kan.

Von nun an gilt alles, was von Brüchen gesagt wird, nur von einfachen Brüchen.

Brüche abkürzen oder abbreviren heißt: statt der gegebenen größeren Zahlen eines Bruchs kleinere finden, die aber den nemlichen Werth des gegebenen Bruchs ausdrücken, z. B. $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ oder $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

Eine solche Abkürzung kan nicht anders geschehen, als daß man eine Zahl findet, mit der ich Zähler und Nenner gerade auf, oder ohne Rest dividiren kan, als

$$\frac{75}{100} \;\Big|\; \overset{5}{} \frac{15}{20} \;\Big|\; \overset{5}{} \frac{3}{4}$$

Um jedesmal die rechte Zahl, womit ich dividiren kan, zu finden, merke man sich folgende Regeln:

1)

1) Untersuche, ob sich der Nenner durch den Zähler ohne Rest dividiren läßt; dann läßt sich der Bruch durch seinen Zähler abkürzen, z. B.

$$\begin{array}{c|c} & 4 \\ \frac{4}{48} & \frac{1}{12} \end{array}$$

2) Hat der Zähler und Nenner im Fach der Einheiten eine gerade Zahl, so läßt sich der Bruch durch 2 abkürzen.

Anm. Gerade Zahlen sind, die man in zwey gleiche Theile theilen kan, als 2, 4, 6, 8, 0.

z. E. $$\begin{array}{c|c|c} & 2 & 2 \\ \frac{16}{36} & \frac{8}{18} & \frac{4}{9} \end{array}$$

3) Wenn sich die Fächer des Zählers und Nenners zusammen addirt, durch 3 ohne Rest dividiren lassen, so läßt sich auch der Bruch durch 3 aufheben, als

$$\frac{582}{954}$$

$$\begin{array}{c|c} & 3 \\ \hline 582 & 194 \\ \hline 954 & 318 \end{array}$$

4) Hat ein Bruch die beyden Merkmale von Num. 2 und 3 zusammen, so läßt er sich durch 6 aufheben, z. B.

$$\begin{array}{c|c} & 6 \\ \hline 582 & 97 \\ \hline 954 & 159 \end{array}$$

5) Wenn alle Fächer des Zählers so wohl als des Nenners sich zu lauter 9 auflösen lassen, so läßt sich der Bruch durch 9 aufheben, z. B;

$$\begin{array}{c|c} & 9 \\ \hline 357462 & 39718 \\ \hline 795346 & 88394 \end{array}$$

6) Hat der Zähler und Nenner im Fach der Einheiten 5 oder 0, so läßt sich der Bruch durch 5 aufheben, z. B.

$$\begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{5} \\ \frac{35}{40} & \frac{7}{8} \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{5} \\ \frac{55}{75} & \frac{11}{15} \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{5} \\ \frac{30}{40} & \frac{6}{8} \end{array}$$

7) Hat der Zähler und Nenner am Ende Nullen, so streicht man von einem so viel Nullen als vom andern ab, z. B.

$$\frac{35\not{0}\not{0}}{60\not{0}\not{0}}$$

8) Wenn der Zähler so viel Fächer oder Ziffern hat, als der Nenner, und die Ziffern eines jeden sind von gleicher Größe, so streicht man von jedem die Fächer bis auf eins weg, z. B.

$$\frac{2\not{2}}{7\not{7}} \text{ oder } \frac{2}{7} \qquad \frac{1\not{1}\not{1}}{4\not{4}\not{4}} = \frac{1}{4}$$

9) Wenn eben der Fall bey Zähler und Nenner ist, nur daß noch im nemlichen Fach des Zählers sowol als des Nenners eine oder mehr Nullen, jedoch oben und unten von gleicher Zahl, darzwischen stehen, so streicht man ebenfalls, vom Zähler

sowol als Nenner, alle Fächer, bis aufs Fach der Einheit, weg, z. B.

$$\frac{2\not{0}2}{8\not{0}5} \qquad \frac{6\not{0}\not{0}6}{9\not{0}\not{0}9}$$

10) Haben Zähler und Nenner eines Bruchs 3 Fächer, und das Fach der Hunderte und Einheiten, zusammen gezählt, ist dem Fach der Zehner gleich, sowol bey dem Zähler als Nenner, so läßt sich der Bruch durch 11 abkürzen, z. B.

$$\overline{11}$$

$$\frac{572}{682}\Big|\frac{52}{62}$$

11) Sollte keine von diesen vortheilhaften Regeln anwendbar seyn, so bleibt noch ein Mittel übrig, wodurch die Zahl gefunden werden kan, durch die sich der Bruch etwan abkürzen läßt; ist aber auch dieses Mittel vergeblich, dann ist der Bruch nicht abzukürzen.

Den noch möglichen Divisor zu suchen, geschieht aber also: Man dividirt mit dem Zähler

ler in den Nenner, bleibt ein Rest übrig, so dividirt man mit demselben den vorigen Divisor wieder, bleibt abermals ein Rest, so wird mit diesem nochmals der vorige Divisor dividirt, und damit so lange fortgefahren, bis kein Rest übrig bleibt, der lezte Divisor, wo kein Rest übrig bleibt, ist die Zahl, womit man abkürzen kan. Bleibt aber zulezt 1 zum Rest, so läßt sich der Bruch nicht abkürzen, z. B.

29

$$\frac{377}{1305} \,\Big|\, \frac{13}{45}$$

1305	377	3
1131	348	
174	29	

174	2	29	6
174			

377	29	13
29		
87		
87		

1305	29	45
116		
145		
145		

Erklärung. Hier ist der Nenner 1305 mit dem Zähler 377 dividirt, zum Rest blieb 174. Mit diesem Rest 174 ist der vorige Divisor 377 dividirt, und es blieb zum Rest 29; mit diesem Rest wurde nochmals der vorige Divisor 174 dividirt,

und theilte solchen ohne Rest, mithin ist 29 die Zahl, womit sich der Bruch abkürzen ließ.

Anm. Wenn Zähler und Nenner nur um 1 differiren, oder der Zähler oder Nenner besteht aus 1, so ist der Bruch nicht abzukürzen, z. B. $\frac{19}{20}$ $\frac{1}{30}$ $\frac{8}{1}$

§. 6.

Eine andere Art der Abkürzung bey unächten Brüchen geschieht so: daß ich mit dem Nenner den Zähler dividire, der Quotient zeigt an, wie viel Ganze der Bruch enthält, der Rest, so übrig bleibt, wird wieder als Zähler angesezt, der seinen vorigen Nenner behält, z. B. $\frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$ $\frac{14}{7} = 2$ $\frac{23}{5} = 4\frac{3}{5}$

§. 7.

Das Resolviren und Reduciren der Brüche verspare ich bis zur Multiplication und Division derselben, da zumal noch besondere Vortheile dabey anzuzeigen sind, die sich aber hernach deutlicher machen lassen.

§. 8.

Eben so, wie ich einen Bruch durch die Division des Zählers und Nenners durch einerley Zahl abkürzen kan und darf, so darf ich auch durch die Multiplication des Zählers und Nenners mit einerley Zahl einen Bruch an Zahlen vergrößern, ohne daß es seinem wahren Werth schadet, wenn es das Verfahren mit einem Bruch erfordert, z. B.

$$\frac{4}{7} \times 3 \quad \frac{12}{21}$$

Kapitel 11.

Addition mit Brüchen.

---

§. 1.

Bey der Addition der Brüche gilt eben die Regel, wie bey der Addition ganzer Zahlen, daß nemlich nur Dinge von einerley Benennung zusammen addirt werden dürfen, nur daß sie hier auf doppelte Art an=

wendbar ist. Ich darf nemlich nur solche Brüche addiren, die erstlich einerley Benennung führen, als $\frac{2}{5}$ rthlr. und $\frac{3}{7}$ rthlr. zweytens müssen sie auch gleiche Nenner haben, oder man muß ihnen nach §. 14. Kap. 10. gleiche Nenner verschaffen. Da der Nenner die Größe der Theile bestimmt, so versteht sichs von selbst, daß man eben so wenig große und kleine Theile, als Thaler und Groschen, unter eine Summe bringen darf. Dies vorausgesezt lassen sich nun die möglichen Fälle der Addition mit Brüchen leichter erklären und verstehen.

§. 2.

Wenn Brüche, die schon gleiche Nenner haben, addirt werden sollen, so gilt die

Regel: Addire die Zähler, die Summe giebt den neuen Zähler, der gemeinschaftliche Nenner bleibt. Z. B.

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{6}{4}$$

§. 3.

Wenn zwey Brüche von verschiedenem Nenner addirt werden sollen, so müssen sie erst

erst durch Anwendung des §. 8. Kap. 10. gleiche Nenner erhalten; dies geschieht nach folgender

Regel: Multiplicire zuvörderst beyde Nenner miteinander, das Product giebt den gemeinschaftlichen Nenner; dann multiplicire auch den Zähler des ersten Bruchs mit dem Nenner des zweyten Bruchs, das Product giebt den neuen Zähler des ersten Bruchs: Endlich multiplicire auch den Zähler des zweyten Bruchs mit dem Nenner des ersten Bruchs, und dieses Product giebt den neuen Zähler des zweyten Bruchs, z. B.

$$\frac{3}{4}\ \frac{2}{3} = \frac{9\ \ 8}{12}$$

Erklärung. Ohne vorher mühsam auf 2 Zahlen zu sinnen, wodurch jeder Bruch multiplicirt, denenselben gleiche Nenner gäbe, multiplicirt man die beyden Nenner gegenseitig, und nimmt solches als neuen gemeinschaftlichen Nenner an. Da aber der Nenner 4 des ersten Bruchs $\frac{3}{4}$ mit 3, als dem Nenner des andern Bruchs, multiplicirt worden ist, um den gemeinschaftlichen Nenner zu finden, so muß auch der Zähler dieses Bruchs 3 mit eben der Zahl, womit sein Nenner multiplicirt

wurde, nach §. 8. Kap. 10. multiplicirt werden. Eben so verhält sichs auch mit dem zweyten Bruch.

§. 3.

Sind mehrere Brüche von verschiedenen Nennern zu addiren, so wird folgende Regel angewendet:

Regel: Schreibe alle Brüche gerade unter einander, multiplicire sodann die Nenner derselben durch einander, das Product setze als gemeinschaftlichen Nenner oben drüber. In diesen gemeinschaftlichen Nenner dividire mit dem Nenner jeden Bruchs, setze den Qvotienten neben seinen Bruch. Endlich multiplicire diese Qvotienten mit den Zählern ihrer Brüche, und diese Producte sind hernach die neuen Zähler, z. B.

		60	Gemeinschaftl. Nenner, aus der Multiplication aller Nenner gefunden.
Qvotienten des Generalnenners und der Nenner der Brüche.	20 $\frac{2}{3}$	40	neue Zähler.
	15 $\frac{3}{4}$	45	
	12 $\frac{4}{5}$	48	

Er-

Erklärung. Hier sind die Nenner 5, 4, 3 so durcheinander multiplicirt worden, daß aus 5 × 4 = 20 × 3 60 entstand. In diesen gemeinschaftl. Nenner 60 ist mit dem Nenner jeden Bruchs dividirt worden, um die Zahl zu finden, womit der Nenner jeden Bruchs multiplicirt werden mußte, damit das Product allemal 60 wurde. Dann wurden mit eben den Zahlen, mit welchen die Nenner jeden Bruchs multiplicirt worden waren, auch die Zähler dieser Brüche multiplicirt, um nach §. 8. Kap. 10. richtig zu verfahren.

Der Grund dieses Verfahrens liegt in dem gegenseitigen Verhältniß der Multiplication und Division, worauf oben bey der Probe derselben schon gewiesen worden, nemlich durch die Division des Multiplicandus in sein Product, kan ich den Multiplicator erfinden. Der gemeinschaftl. Nenner ist hier als Product anzusehen, der aus der Multiplication eines jeden Nenners mit einer gewissen Zahl als Multiplicator entstehen mußte. Um nun diesen jedesmali- Multiplicator zu finden, darf ich nur das Product durch seinen Multiplicandus dividiren.

§. 4.

Man kan bey diesem Verfahren sich noch zweyerley Vortheile machen:

1) Wenn unter den Nennern der zu addirenden Brüche einige sind, die sich in andern geradeauf dividiren lassen, so bleiben solche bey der Multiplication aller Nenner durch einander, um den Generalnenner zu finden, weg, z. B.

$$\begin{array}{ll} & 48 \\ \hline 24\frac{1}{2} & 24 \\ 16\frac{2}{3} & 32 \\ 8\frac{5}{6} & 40 \\ 6\frac{3}{8} & 18 \end{array}$$

Erklärung. Hier ist 2, welches in 6 und 8, und 3, welches in 6 sich geradeauf dividiren läßt, weggelassen worden, und nur die übrigbleibenden 6 und 8 wurden multiplicirt und als gemeinschaftlicher Nenner angenommen. Die Ursache ist diese: Ich soll nur eine Zahl zum Generalnenner finden, in welcher sich hernach alle Nenner geradeauf dividiren lassen. In

eben

eben der Zahl nun, in welcher sich 6 und 8 geradeauf dividiren lassen, kan man auch mit 2 und 3 ohne Rest dividiren, nur daß bey den leztern die Qvotienten größer werden.

2) Wenn sehr viele Brüche zu addiren wären, und ein großer Generalnenner entstünde, so läßt man erstlich die kleinern Nenner, die in größern sich ohne Rest dividiren lassen, weg, die noch übrigbleibenden Nenner sezt man neben einander hin, macht eine Linie drunter, und sucht nun eine Zahl, die in die mehresten derselben ohne Rest dividirt, schreibt die Qvotienten gerade drunter, und wo sich ein Nenner durch diese Zahl nicht ohne Rest dividiren ließe, wird solcher unverändert unter die Linie gesezt; entstünden jezt Zahlen, deren die meisten sich durch irgend eine Zahl nochmals ohne Rest dividiren ließen, so sucht man nochmals eine solche Zahl, schreibt sie vorne neben den Strich an, und dividirt damit, wo es möglich ist, wo sich nicht ohne Rest dividiren läßt, das sezt man unverändert herunter; entsteht aber zum Qvotienten bey diesen Divisionen ein 1, so wird solches unter der Linie nicht bemerkt, z. B.

Ich

Ich sollte

$$\frac{2}{3}+\frac{5}{6}+\frac{7}{12}+\frac{1}{4}+\frac{9}{16}+\frac{7}{8}+\frac{11}{20}+\frac{17}{30}$$

addiren, und daher zuvörderst unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringen, so würde solcher auch nach Weglassung der kleinern in andern größern sich ohne Rest diviren lassenden Nenner dennoch durch die Multiplication der übrig bleibenden Nenner durch einander noch immer groß genug bleiben, es würde nemlich durch die Multiplication der Nenner 12, 16, 20, 30 durcheinander der Generalnenner 115200 entstehen, dem kan ich durch die vorgeschriebene vortheilhafte Art also abhelfen. Die Nenner 3, 6, 4 und 8 bleiben weg, die andern werden neben einander also angeschrieben:

	12.	16.	20.	30.
4)	3	4	5	30
5)	3	4		6
3)		4		2
2)		2		

Hier sind nun alle noch vorhandenen größern Nenner durch die nebenstehenden

da=

dazu gesuchten Zahlen so lange dividirt worden, daß nur noch ein Quotient 2 übrig bleibt. Dieser übrig bleibende Qvotient wird nun nebst denen an der Seite stehenden Divisoren durch einander multiplicirt, und das Product als gemeinschaftlicher Nenner angesezt. Die Zahlen 4, 5, 3, 2 und der zulezt übrig gebliebene Qvotient 2 durch einander multiplicirt geben aber den viel kleinern Generalnenner 240.

Wie sehr dadurch das Rechnen mit solchen Brüchen erleichtert werde, ist leicht ersichtlich.

Ist nun auf die Art der kleinste Generalnenner gefunden, dann werden die Brüche unter einander gesezt, und weiter, nach §. 3. verfahren.

Sind endlich auch die neuen Zähler gefunden und neben an geschrieben, so können solche leicht so bald addirt, und der Generalnenner darunter gesezt werden, welcher Bruch sodann als Summe alle gegebene Brüche in sich faßt, z. B.

240			
$80\frac{2}{3}$	160	$\frac{1173}{240}$	Summe aller dieser Brüche.
$40\frac{5}{6}$	200		
$20\frac{7}{12}$	140		
$60\frac{1}{4}$	60		
$15\frac{9}{16}$	135		
$30\frac{7}{8}$	210		
$12\frac{11}{20}$	132		
$8\frac{17}{30}$	136		
	1173		

§. 5.

Sind aber verschiedene vermischte Zahlen zu addiren, als $3\frac{1}{2} + 5\frac{3}{6} + 7\frac{}{12}$. Dann

(Regel.) gebe man den Brüchen zuvörderst einen gemeinschaftl. Nenner, addire sie weiter, nach §. 3., zusammen, kürze den als Summe entstandenen Bruch, wenn ein unächter herauskommen wäre nach §. 6. Kap. 10. ab, zähle das Ganze, so er enthält, zu den bey den Brüchen befindlichen Ganzen, und setze den übrigbleibenden Rest als Bruch gehörig zu der Summe der Ganzen, z. B.

12		
$6\frac{1}{2}$	6	
$2\frac{3}{6}$	6	
1^{3}	3	
	$\frac{15}{12}$	1 Ganzes $\frac{3}{12}$. Hierzu obige Ganze
		3
		5
		7
		$16\frac{3}{12}$ Summa dieser 3 vermischten Zahlen.

Kapitel 12.
Subtraction mit Brüchen.

§. 1.

Hier gilt eben die Regel, wie bey der Addition, daß nemlich nur Brüche, die einerley Nenner haben, von einander abgezogen werden können; haben sie aber verschiedene Nenner, so müssen sie nach §. 3. Kap. 10., oder nach

nach §. 8. Kap. 10. erst einerley Nenner bekommen.

§. 2.

Haben die gegebenen Brüche einerley Nenner, so subtrahire nur den Zähler des Subtrahendus vom Zähler des Integrums, der Rest giebt den Zähler des Hauptrestes, darunter man den gemeinschaftlichen Nenner sezt, z. B.

$$\frac{5}{9}-\frac{3}{9}=\frac{2}{9} \qquad \begin{array}{c}5\\3\\\hline 2\end{array} \qquad \frac{2}{9}$$

§. 3.

Haben die gegebenen Brüche verschiedene Nenner, so sezt man solche, wie bey der Addition, an, nur daß das Integrum oben an gesezt wird, dann schafft man ihnen, wie bey der Addition, einen gemeinschaftl. Nenner und die dazu erforderlichen Zähler, zieht solche von einander ab, und giebt dem Rest den gemeinschaftl. Nenner, z. B.

$$\frac{3}{4}-\frac{5}{12}=\frac{4}{12} \quad \frac{7}{8}-\frac{3}{4}=\frac{1}{8} \quad \frac{5}{9}-\frac{1}{7}=\frac{26}{63}$$

stehen

stehen also:

12		8		63	
$3\frac{3}{4}$	9	$1\frac{7}{8}$	7	$7\frac{5}{9}$	35
$1\frac{5}{11}$	5	$2\frac{3}{4}$	6	$9\frac{1}{7}$	9
	$\frac{4}{12}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{26}{63}$

Erklärung. Hier ist beym ersten Exempel 12 als Generalnenner angenommen, weil 4 als Nenner des zweyten Bruchs sich in solchem geradeauf dividiren läßt, dann sind die zu diesem gemeinschaftl. Nenner gehörigen Zähler gesucht, hernach der Zähler 5 des Subtrahendus von dem neu gefundenen Zähler des Integrums 9 abgezogen worden; der bleibende Rest 4 bekömmt den gemeinschaftl. Nenner untergesezt.

§. 4.

Soll ein Bruch von Ganzen abgezogen werden, so borge man von den Ganzen eine Einheit, theile solche nach dem Nenner des abzuziehenden Bruchs ab, und ziehe von diesen Theilen den Zähler des Bruchs ab, was übrig bleibt, bekömmt den alten Nenner wieder, und macht mit den noch vor-

handenen Ganzen den wahren Rest aus, z. B. $5 - \frac{1}{3} = 4\frac{2}{3}$

Erklärung. Um $\frac{1}{3}$ von 5 Ganzen abzuziehen, borgte man von der 5 eine Einheit, theilte solche in 3 Theile nach dem Nenner des abzuziehenden Bruchs, zog davon $\frac{1}{3}$ ab, blieben $\frac{2}{3}$, welche mit den übrig gebliebenen 4 Ganzen den Rest $4\frac{2}{3}$ ausmachten.

§. 5.

Alle zusammengesezte Brüche müssen erst zu einfachen gemacht werden, ehe jezt und weiter hin bey andern Rechnungen damit verfahren werden kan. Es soll daher diese Anmerkung von nun an, ein für allemal gelten.

Kapitel 13.

Multiplication mit Brüchen.

§. 1.

Leichter und mit weniger Umständen verbunden ist die Multiplication mit Brüchen, nur

nur daß man zwey Fälle unterscheiden muß:

1) Brüche mit Brüchen und

2) Brüche mit Ganzen können in der Multiplication vorkommen.

§. 2.

Sollen zwey Brüche mit einander multiplicirt werden, so sezt man solche neben einander an, multiplicirt sodann die beyden Zähler, das Product giebt den neuen Zähler des zu findenden Products, hernach multiplicirt man auch beyde Nenner, das Product giebt den Nenner des zu suchenden Products, z B.

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{12}{20}$$

Erklärung. Wenn ich $\frac{4}{5}$ nur $\frac{3}{4}$mal nehmen soll, so muß ich aus den $\frac{4}{5}$ natürlich solche Theile machen, die sich in 4 gleiche Part theilen lassen, das kan aber nicht besser und richtiger geschehen, als daß ich die 5tel durch 4 multiplicire und zu 20teln mache; würde ich nun auch den Zähler von $\frac{4}{5}$ mit 4 multipliciren, so bliebe der ganze Werth von $\frac{4}{5}$ der nur auf 20tel resolvirt

worden wäre; ich soll aber nicht das Ganze, sondern nur 3 Theile dieses Multiplicandus nehmen, mithin muß ich den Zähler des Multiplicandus mit dem Zähler des Multiplicators vervielfältigen, und der daraus entstehende neue Zähler und Nenner geben das richtige Product, das ich suchen sollte.

§. 3.

Soll ich einen Bruch mit einer ganzen Zahl multipliciren, so sezt man die ganze Zahl neben den Zähler des Bruchs, oder (wodurch es Anfängern noch anschaulicher wird,) man giebt der ganzen Zahl dadurch die Gestalt eines Bruchs, daß man ihr 1 als Nenner untersezt, dann verfährt man, wie §. 2. gesagt worden; die untergesezte 1 vergrößert aber die Arbeit nicht, da es weder multiplicirt noch dividirt. z. B. $5 \times \frac{3}{4}$ setze also:

$$\frac{5}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

§. 4.

Wenn Brüche, oder Brüche und Ganze, die ich multipliciren sollte, angesezt sind, und ich kan den Zähler des einen Bruchs gegen den Nen-

Nenner des andern Bruchs abkürzen; so erleichtert das die Multiplication oft gar sehr, z. B.

$$\frac{1}{1}\Big|\frac{8}{4} \times \frac{4}{18}\Big|\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

§. 5.

Wenn mehr als 2 Brüche durcheinander zu multipliciren sind, so werden solche ebenfalls neben einander gesezt, und alle Zähler durch einander multiplicirt, welches den Zähler des zu findenden Products giebt; eben so geben alle Nenner, durch einander multiplicirt, den Nenner des zu suchenden Products. Auch hier läßt sich die §. 4. angegebene Abkürzung noch vortheilhafter und öfterer anwenden, z. B.

$$\frac{4}{7}\Big|\frac{1}{1} \times \frac{3}{8}\Big|\frac{1}{2} \times \frac{7}{9}\Big|\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

§. 6.

Ich habe oben §. 7. Kap. 10. das Resolviren der Brüche unter dieser Regel abzuhandeln versprochen, weil es nun einleuchtender vorgetragen werden kan, und

eigentlich auch zur Multiplication der Brüche mit Ganzen gehört.

Brüche resolviren heißt aber dem Bruch einer größern Benennung andere Zahlen geben, durch die derselbe in dem Werth einer kleinern Benennung ausgedrükt wird, ohne daß er von seinem wahren Gehalt etwas verliehrt. Um dieses zu bewerkstelligen, muß ich den Bruch einer größern Benennung mit der Zahl multipliciren, die anzeigt, wie viel von der nächsten kleinern Benennung auf die größere gerechnet werden, z.B. wie muß ich $\frac{5}{6}$ rthlr. in dem Werth der Groschen ausdrücken. Das Verfahren ist eben das, wie schon §. 3. gezeigt worden. Denn soll ich Thaler zu Groschen machen, so muß ich solche mit 24 multipliciren, mithin steht die vorgegebene Aufgabe also:

$$\frac{5}{6} \times \frac{24}{1} = \frac{120}{6}$$

Auch hier kan ich den in §. 4. angegebenen Vortheil sehr oft mit Nutzen anwenden, z. E.

wie

wie viel Groschen sind] rthl. $\frac{5}{61}\ \frac{244}{1} = \frac{20}{1}$ Groschen?

Wenn ein Bruch von größerer Benennung resolvirt worden ist, und das Product ist ein unächter Bruch, so suche ich nach §. 6. Kap. 10. die Ganze, welche der Bruch enthält, gebe solchen den Namen der gesuchten Benennung, den Rest kan man hernach nochmals zu einer kleinern Benennung resolviren; bleibt aber bey der geringsten Benennung noch ein Rest übrig, den ich nicht weiter resolviren kan, so schreibt man solchen der leztern Benennung als Bruch zu, z. B.

$\frac{5}{9}$ Ctr. wie viel sind das ℔, Lth ꝛc. stehet also:

$$\frac{5}{9}\ \frac{100}{1} = \frac{500}{9} \Big|\ 55\ \text{℔}\ \frac{5}{9}$$

$\frac{5}{9}$ ℔, wie viel machen die Lth aus?

$$\frac{5}{9}\ \frac{32}{1} = \frac{160}{9} \Big|\ 17\ \text{Lth.}\ \frac{7}{9}$$

$\frac{7}{9}$

$\frac{7}{9}$ Lth, wie viel Qv.

$$\frac{7}{9}\quad\frac{4}{1}=\frac{\overset{1}{\not{2}8}}{\not{9}}\;\Big|$$ 3. Qv. und $\frac{1}{9}$ Qv.

Ich gebe noch ein Exempel, weil solche in der Folge sehr oft vorkommen werden.

$\frac{15}{16}$ rthlr. zu resolviren, machen 22 gr. 6 ₰. stehet also:

$$\frac{15}{\not{1}\not{6}2}\quad\frac{\not{2}\not{4}}{1}\Big|\frac{3}{}=\frac{\overset{1}{\not{4}\not{8}}}{\not{2}\not{2}}\;\Big|$$ 22 gr. $\frac{1}{2}$ gr.. diesen zu pf. resolvirt,

$$\frac{1}{\not{2}1}\quad\frac{\not{1}\not{2}6}{1}=\frac{6}{1}$$ mithin 6 Pfennige.

Kapitel 14.

Division mit Brüchen.

§. 1.

Bey der Division mit Brüchen hat man zwar auch auf zwey Fälle, wie bey der Multiplication, zu sehen, nemlich:

1) Brüche und Brüche, und

2) Brüche und Ganze, oder umgekehrt zu dividiren.

§. 2.

Das Verfahren beym Dividiren der Brüche weicht aber von dem bey dem Multipliciren ab. Hier gilt die

Regel: Brüche, die mit einander dividirt werden sollen, müßten eigentlich erst gleiche Nenner, wenn sie solche noch nicht haben, und die dazu erforderlichen Zähler erhalten, dann wird mit Weglassung der Nenner mit dem Zähler des Divisors in den Zähler des Dividendus dividirt, oder

geht dieses, weil etwan der Dividendus zu klein wäre, nicht an; so sezt man beyde, nach Cap. 5, Anhang Num. 5, und Cap. 10. §. 2. e) als einen Bruch an, so, daß das Dividendus der Zähler, der Divisor aber der Nenner wird, und dieser Bruch wäre sodann der gesuchte Qvotient. Da aber diese Art, den Qvotienten zweyer Brüche zu finden, zu weitläuftig, und das Suchen eines gemeinschaftl. Nenners eigentlich eine entbehrliche Sache ist, so hat man die Regel bey der Division so allgemein eingerichtet.

Man wendet den Divisor um, daß der Nenner oben und der Zähler unten zu stehen kömmt, hernach multiplicirt man die beyden obern Zahlen, das giebt den Zähler des Qvotienten, und die beyden untern multiplicirt, giebt den Nenner des zu suchenden Qvotientens, z. B.

$$\frac{5}{3}\left[\begin{matrix}3\\5\end{matrix}\right] : \frac{4}{3} = \frac{20}{9}.$$

Zum Beweis, daß diese kürzere Regel richtig ist, will ich eben dieses nach der erstern Regel bearbeiten:

$$\frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{5} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{9}{15}\frac{20}{} \qquad \frac{20}{9}.$$

Hier ist erstlich der Generalnenner gesucht worden, hernach ist jeder Zähler durch den Nenner des andern Bruchs multiplicirt worden, endlich ist der neu gefundene Zähler des Dividendus als Zähler des gesuchten Qvotientens, und der neu gefundene Zähler des Divisors als Nenner des Qvotientens angeschrieben worden, der Qvotient mußte aber mit obiger Art, ihn zu erfinden, auf gleiche Weise ausfallen.

§. 3.

Man merke sich bey der Division aber noch folgende Vortheile:

1) Haben die zu dividirenden Brüche schon gleiche Nenner, so hat man kein Umwenden des Divisors nöthig, sondern man sezt den Zähler des Dividendus als Zähler des zu suchenden Qvotienten, den Zähler des Divisors aber als Nenner des Qvotienten an, z. B.

$$\frac{2}{4} : \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$$

Er-

Erklärung: Nach der ersten Regel ist dies Verfahren einleuchtend, nach der zwoten Regel aber käme den Zahlen nach zwar ein anderer Qvotient heraus, wenn solcher aber nach den Regeln der Abkürzung aufgehoben wird, so findet sich, daß sie beyde einerley Werth enthalten, als

$$\frac{4}{2}\left[\frac{2}{4}\right] : \frac{3}{4} = \frac{12}{8}\Bigg|\frac{\overset{4}{\overline{3}}}{2}.$$

2) Bey zwey zu dividirenden Brüche darf ich, wenn der Divisor umgestürzt ist, die obere Zahl des einen gegen die untere Zahl des andern abkürzen. z. B.

$$\frac{4}{2}\left[\frac{2}{4}\right] : \frac{3}{4} = \frac{3}{2}\ \Bigg|\ \frac{26}{8}\left[\frac{5}{6}\right] : \Bigg|\ \frac{8}{93} = \frac{2}{3}$$

§. 4.

1) Wenn ein Bruch mit einem Ganzen dividirt werden soll, so muß man dem Ganzen dadurch die Gestalt eines Bruchs geben, daß man 1 als Nenner darunter sezt, dann wird nach §. 2. verfahren, z. B.

$4 : \frac{3}{6}$ muß also verfahren werden:

$$\frac{1}{4}\left[\frac{4}{1}\right] : \frac{3}{6} = \frac{3}{24}\Big|\frac{1}{8}.$$
(über dem Strich: 3)

Erklärung: Hier sollte mit 4 in $\frac{3}{6}$ dividirt werden, 4 mußte erst die Gestalt eines Bruchs durch das als Nenner untergesezte 1 bekommen, hernach umgestürzt werden, dann sind die obern Zahlen multiplicirt und das Factum, als der Zähler des zu suchenden Qvotienten angesezt, die beyden untern Zahlen multiplicirt geben aber den Nenner dieses Qvotienten, der endlich durch 3 abgekürzt worden ist.

2) Kürzer kan man noch auf die Art mit Ganzen in einen Bruch dividiren, wenn man die Ganzen nur als einen neuen Nenner unter den zu dividirenden Bruch sezt, hernach aber einen solchen Bruch nach Kap. 10. §. 4. Num. 2. einrichtet, indem man beyde Nenner multiplicirt, und das Product als den neuen Nenner ansezt, z. B.

$$4 : \tfrac{3}{6}. \text{ setze also } \frac{\frac{3}{6}}{4} = \frac{3}{24}$$

3) Soll aber mit einem Bruch in Ganze dividirt werden, so muß das Ganze die Gestalt eines Bruchs bekommen; und wenn der Divisor umgestürzt worden, dann werden die obern und untern Zahlen multiplicirt, die Producte geben den Zähler und Nenner des Qvotienten, als

$$\frac{2}{5} : 6. \text{ steht also: } \frac{5}{2} \left[\frac{2}{5}\right] : \frac{6}{1} \quad \frac{30}{2} = 15.$$

§. 5.

Alle zusammengesezte Brüche müssen erst eingerichtet und zu einfachen Brüchen gemacht werden, dann wird bey der Division mit solchen nach §. 2. verfahren.

§. 6.

Endlich gehört hieher noch das Reduciren kleinerer Benennungen zu größern, sowol wenn schon Brüche da sind, als auch wenn Ganze mit kleinern Benennungen re-

reducirt werden sollen. Ich werde ieden Fall einzeln abhandeln.

1) Brüche von kleinern Benennungen auf größere zu reduciren, geschieht so: daß ich mit der Zahl, wie viel von der kleinern Benennung auf die nächste größere gehen, in den gegebenen Bruch der kleinern Benennung, nach §. 4. 2) dividire: soll ich das Herausgekommene auf eine noch größere Benennung reduciren, so wird noch einmal mit der Zahl, wie viel von der jetzigen Benennung auf die größere gehe, abermals in den gefundenen Bruch dividirt, bis man den gegebenen Bruch auf die verlangte größte Benennung reducirt hat, z. B:

$\frac{3}{4}$ ₰. wie viel macht das in der Benennung rthlr. aus?

stehet also:

$$\frac{\frac{3}{4}}{12} = \frac{3}{48}\Big|\ \frac{1}{16}\,\text{gr.} \qquad \frac{\frac{1}{16}}{24} = \frac{1}{384}\ \text{rthlr.}$$

(über $\frac{3}{48}$: 3)

$$\begin{array}{r} 16 \\ \underline{24} \\ 64 \\ \underline{32} \\ 384 \end{array}$$

Er-

Erklärung: $\frac{3}{4}$ sind durch 12, als wie viel pf. auf einen gr. gehen, dividirt, oder 12, als neuer Nenner untergesezt worden, dieser Bruch zu $\frac{3}{48}$ eingerichtet, und mit 3 zu $\frac{1}{16}$ abgekürzt worden; dieser $\frac{1}{16}$, der den Namen gr. nunmehr führte, ist durch 24, wie vorhin mit 12 geschehen, dividirt, beyde Nenner multiplicirt worden, daraus entstand $\frac{1}{384}$, das nun den Namen rthlr führt.

Weil diese Reduction oft bey der Regel Detri vorkommen wird, so führe ich noch ein Exempel zur Uebung an, und bitte, Anfänger damit, so wie mit allen, was die Brüche betrift, recht bekannt zu machen, weil sonst die Lehre von der Regel Detri, die ich ganz darnach ausführen werde, nicht so begreiflich werden mögte.

$\frac{5}{8}$ Lth. wie viel vom Ctr.?

$$\frac{5}{8} = \frac{5}{256}\ \text{℔} = \frac{5}{25600} \Big| \frac{1}{5120}\ \text{Ctr.}$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \underline{32} \\ 256 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 256 \\ \underline{100} \\ 25600 \end{array}$$

2) Ganze von kleinerer Benennung auf größere zu reduciren, hat mit der vorigen Num. vieles gemein, nur daß die gegebenen Ganze das erstemal, wenn sie auf die nächste größere Benennung reducirt werden sollen, nach Cap. 10. §. 2. e) also dividirt werden; daß man die Zahl, wie viel von der kleinern Benennung auf die nächste größere gehen, nur als Nenner unter die gegebene Zahl sezt, und dem Bruch die Benennung der nächsten größern beylegt, dann wird, um es noch weiter zu reduciren, verfahren, wie bey Num. 1. z. B. 6 ₰. wie viel vom rthlr.? stehet also:

6

$\frac{6}{12}$ | gr. $\frac{1}{2} = \frac{1}{48}$ rthlr.

2
24
48

15 Loth., wie viel vom Ctr.? stehet also:

5

$\frac{15}{32}$ ℔. diese mit 100 dividirt, um sie zu Ctrn zu reduciren. $\frac{15}{32} = \frac{15}{3200}$ | $\frac{3}{640}$ Ctr.

32
100
3200

Anmerkung. Zum Beschluß der Lehre von Brüchen muß ich noch einmal erinnern, daß man sich ja erst mit allen Regeln derselben, besonders mit den mancherley Arten der möglichen Abkürzungen, recht bekannt mache, ehe man die Regel Detri vornimmt, weil alle Vortheile bey der Regel Detri darauf beruhen, auch die Art des Ansatzes, die ich vorschlagen werde, sich lediglich darauf gründet, und die anzugebenden Regeln aus der hinlänglich vorausgesezten Lehre von Brüchen sich nur allein beweisen und erklären lassen.

Dritte

Dritte Abtheilung.

Von der Regel Detri.

Einleitung.

§. 1.

Der Name dieser Regel stammt aus dem lateinischen her, und heißt eigentlich die Regel von drey Sätzen, nemlich, es werden drey Sätze bey derselben gegeben, durch welche ich einen vierten Saz finden soll, der mit den gegebenen in einem gewissen Verhältniß stehen soll.

§. 2.

Der ganze Grund der Regel Detri ist in der Lehre von Verhältnissen zu suchen, weil ich mir nemlich zwo Zahlen, von welcher Beschaffenheit sie immer seyn mögen,

so denken kan, wie sie sich zu einander auf gewisse Art verhalten.

§. 3.

Diese mögliche Verhältnisse zwoer Zahlen sind aber von zweyerley Art: Ich kan den Unterschied zwoer Zahlen durch die Subtraction oder Division untersuchen; oder ich kan darauf sehen, um wie viel die eine Zahl größer ist, als die andere; dann nennt man ihr Verhältniß gegen einander ein arithmetisches Verhältniß, und die Zahl, die anzeigt, wie viel die eine größer ist als die andere, heißt die Differenz. Ich kan aber auch auf das Verhältniß zwoer Zahlen sehen, wie vielmal die eine in der andern enthalten ist, das nennt man ein geometrisches Verhältniß, und die Zahl, die solches anzeigt, wie vielmal die eine in der andern enthalten, heißt der Qvotient.

§. 4.

Wenn man nun zwey solche Verhältnisse zusammen sezt, die einerley Differenz oder Qvotienten haben, so entsteht daraus eine Proportion, z. B.

Dif-

Differenz	2 — 3 -- 5 = 7 -- 9.	arithmetische Verhältnisse,
Quotient	2 — 2 : 4 = 8 : 16.	geometrische Verhältnisse und Proportionen.

§. 5.

In der Regel Detri kömmt es nur auf einen richtigen Begriff der geometrischen so genannten Proportionen an, ich werde daher in Zukunft mit Weglassung der arithmetischen nur die geometrischen Proportionen, und worauf es dabey hauptsächlich ankomme, umständlicher zu erklären suchen.

Jedes Divisionsexempel ist ein geometrisches Verhältniß, davon der Divisor und Dividendus die Hauptsätze des Verhältnisses, der Qvotient aber die Bestimmungszahl ist, wie sich beyde gegen einander verhalten.

Diesen Qvotienten kan ich nach Kap. 10. §. 2. auf eine kurze Art so finden, wenn ich Dividendus und Divisor, als Zähler den ersten, und als Nenner den zweyten ansetze, so enthält dieser Bruch, wenn er abgekürzt wird, den Qvotienten, z. B.

3 : 6. Qvotient 2. oder kürzer so:

$$3 : 6.\ \text{Qvotient}\ \frac{6}{3}\Big|\frac{2}{1} = 2.\quad (3)$$

§. 6.

Wenn ich also zwey geometrische Verhältnisse in eine Proportion bringe, so müssen die Brüche, die nach §. 5. daraus gemacht werden können, einander gleich seyn, z. B.

$$3 : 12 = 2 : 8$$

$$\frac{12}{3}\Big|\frac{4}{1}\ (3)\qquad \frac{8}{2}\Big|\frac{4}{1}\ (2)$$

§. 7.

In einer richtigen geometrischen Proportion liegen aber noch verschiedene andere Verhältnisse, die bey der Regel Detri von nützlichen Einfluß seyn können, z. B.

1) $2 : 6 = 3 : 9.$

oder 3) $2 : 3 = 6 : 9.$

oder 4) $6 \times 3 = 9 \times 2.$

2) $\begin{cases} 2 \times \frac{9}{3} = 6 \\ 3 \times \frac{6}{2} = 9 \end{cases}$

Er-

Erklärung: Der erste Ansaz dieser Proportion hat im ersten Verhältniß 2 zum Divisor und 6 zum Dividendus; das zweyte Verhältniß hat 3 zum Divisor und 9 zum Dividendus, beyde Verhältnisse aber einerley Qvotienten. Wenn ich nun mit dem Divisor des einen Verhältnisses den Qvotienten multiplicire, so muß das Factum der Dividendus desselben Verhältnisses werden. Multiplicire ich also den Divisor 2 mit $\frac{9}{3}$, als den Qvotienten aus dem zweyten V.rhältniß, nach §. 5 gemacht, so ist das Product 6, als der Dividendus des ersten Verhältnisses, wie aus Num. 2. zu ersehen.

Hieraus folgt ferner, wie sich die Divisores geometrisch gegen einander verhalten, so verhalten sich die Dividenden gegen einander, s. Num. 3.

Endlich muß das Factum aus dem Divisor des ersten Verhältnisses und dem Dividendus des zweyten Verhältnisses gleich seyn dem Factum aus dem Divisor des zweyten und dem Dividendus des ersten Verhältnisses, s. Num. 4.

Beweis:

1) : $2 : 6 = 3 : 9$. ordentl. geometrischer erster Ansaz.

2) $2 \times \frac{9}{3} = 6$ $2 \frac{9}{3}$ $\frac{18}{3} \Big|$ 6.

$3 \times \frac{6}{2} = 9$ $3 \frac{6}{2}$ $\frac{18}{2} \Big|$ 9.

3) $2 : 3 = 6 : 9$.

$$\frac{3}{2} = \frac{9}{6} \Big| \frac{3}{2} \quad \left(\frac{3}{}\right)$$

Qvotienten.

4) $2 : 6. = 3 : 9$

$6 \cdot 3 = 18$

$2 \cdot 9 = 18$

§. 8.

Die Regel Detri ist nun eine Anweisung, wie man zu drey gegebenen geometrischen Proportionalzahlen die vierte finden soll, das könnte nach dem bisher Angeführ-

führten auf dreyerley Weise geschehen. Da aber diese dreyfache Art, es zu berechnen, unter sich gar manches gemein hat, so werde ich unten nur eine allgemeine Regel, den vierten Saz zu erfinden, angeben.

§. 9.

Es kömmt aber bey der Regel Detri hauptsächlich auf drey Hauptstücke an:

1) auf den richtigen Ansaz der gegebenen Glieder oder Säße;
2) auf das Einrichten dieser Säße;
3) auf die Regel, die bey Erfindung des vierten Saßes anzuwendan ist.

Ich will solches in nachfolgenden Kapiteln ausführen.

Kapitel I.

Vom Ansaz bey der Regel Detri.

---

§. 1.

Wenn man sich die Benennungen von Münz, Maas und Gewicht, aus Abthei-

lung 4. gnugsam bekannt gemacht hat, so ist die Regel, welche beym Ansaz der Regel Detri zu merken ist, leicht, da die Säze in der Regel Detri immer solche Benennungen führen. Da nun von den drey gegebenen Säzen immer zwey einerley Benennung führen, so gilt beym Ansaz die

Regel: Die beyden Säze, welche einerley Benennung führen, machen den ersten und dritten Saz aus, und zwar so, daß der Saz, von welchem ich etwas wissen will, oder der Saz, dessen andere Zahl, mit welcher er ein neues Verhältniß ausmacht, noch unbekannt ist, als dritter Saz; der, von welchem ich schon etwas weiß, der erste, und was ich von ihm weiß, der zweyte Saz wird. Z. B. Wenn ich für 4 rthlr. 7 ℔. erhalte, wie viel kosten 13 ℔. so muß das so angesezt werden:

7 ℔. — 4 rthlr. — 13 ℔.

Erklärung: 13 ℔. ist der Saz, der mit einem andern gleiche Benennung führt, von dem ich aber auch etwas, womit er in gleichem Verhältniß stehen soll, wie die

die beyden andern Sätze, wissen will, mithin wird das der dritte Saz; der Saz, welcher mit ihm gleiche Benennung führt, wird der erste, und der noch übrige von besonderer Benennung, der zweyte.

§. 2.

Es kömmt nicht darauf an, daß das erste und dritte Glied einerley Benennung von einerley Größe haben muß, wenn nur die Benennungen aus einerley Maas genommen sind; dann kan im ersten Glied eine kleinere, im dritten Glied aber eine größere Benennung von zusammengehörigem Maas stehen, als

1 ℔. kostet 3 bz. wie viel kosten 5 Ctr.

§. 3.

Es können auch in dem einen oder mehreren Gliedern Benennungen von verschiedener Größe, aber nur einerley Maases, vorkommen, und hindert solches das Verfahren in der Regel Detri nicht, weil solche nach Kap. 2. eingerichtet werden können und müssen, z. B.

3 ℔.

3 ℔. 4 Loth kosten 5 gr. 6 pf. wie viel kosten 3 Ctr.

§. 4.

Um die Zahlen der Glieder so wohl, als die Sätze selbst, bey der Regel Detri unterscheiden zu können, macht man zwischen jeden Saz einen Qveerstrich (—), und wenn die Zeichen der Benennung über die Zahlen gesezt werden, muß zwischen die Benennungen eines jeden Gliedes dieses Zeichen (=) oder ein anderes Merkmal gesezt werden, um die Benennugen, die zu einem Glied gehören, und auch die Sätze von einader zu unterscheiden, als

℔.	Loth.		bz.	pf.		Ctr.	℔.	Lth.
3 =	6	—	13 =	9	—	4 =	18 =	6

Kapitel 2.
Vom Einrichten der Sätze.

§. 1.

Wenn die Sätze bey der Regel Detri verschiedene Benennungen führen, so müssen

sen solche entweder auf die kleinere Benennung resolvirt, oder auf die größte reducirt werden. Hierbey ist aber ein doppelter Fall wohl zu merken, nemlich:

§. 2.

Es können in einem jeden Saz verschiedene Benennungen vorkommen, die alle auf eine Benennung eingerichtet werden müssen; oder der erste Saz enthält eine kleinere, und der dritte Saz eine größere Benennung einerley Maases, oder umgekehrt, dann ist darauf zu sehen, daß das erste und dritte Glied ganz einerley Benennung erhalte, z. B.

3 ℔. kosten 7 bz. wie viel kosten 9 Ctr.

Hier müssen entweder die 3 ℔. des ersten Gliedes den Namen Ctr. durch die Reduction, oder das dritte Glied 9 Ctr. den Namen ℔. durch die Resolution erhalten.

§. 3.

Haben aber die Sätze jeder für sich verschiedene Benennungen, so müssen solche

ins

insgesamt auf eine Benennung eingerichtet werden, z. B.

4 Ctr. 8 ℔. 3 Lth. — 6 rthl. 15 gr. — 4 ℔. 5 Lth.

Hier haben alle drey Glieder oder Sätze verschiedene Benennungen, daher müssen bey jedem Saz die zu solchem gehörige Benennungen auf eine eingerichtet werden, z. B. der Ctr. ℔. Lth; des ersten Gliedes müssen entweder zu lauter Lth. resolvirt, oder auf Ctr. reducirt werden, z. B.

3 Ctr. 8 ℔. 3 Loth.
100
―――
300
8
―――
308 ℔.
32
―――
616
9243
―――
9859 Lth., wozu der ganze obige Saz eingerichtet.

Da ich aber das Reduciren in den meisten Fällen bey der Regel Detri vortheilhafter finde, so kan man auch nach Kap. 14.

14. §. 6. Abth. 1. diese verschiedenen Benennungen reduciren, als

3 Ctr. 8 ℔. 3 Lth.

32
8

259 ℔., welche die 8 ℔. 3 Lth. enthalten.

32
100

3200
3

9600
259

$\frac{9859}{3200}$ Ctr.

Erklärung: Hier sind erst 3 Lth zu ℔. gemacht, dann 8 ℔. und $\frac{3}{32}$ ℔. eingerichtet, das Product hat ferner den Namen Ctr. bekommen müssen, und was herausgekommen, ist mit den 3 ganzen Ctrn. eingerichtet worden.

Durch das in einem solchen Verfahren oft vorkommende Abkürzen der Brüche ergege-

geben sich für die Regel Detri manche Vortheile, z. B. noch eine solche Reduction des zweyten Satzes:

6 rthlr. 15 gr.

Man dividire erst die 15 gr. mit 24, indem ein Bruch, nemlich $\frac{15}{24}$ daraus gemacht wird; diese $\frac{15}{24}$ mit 3 abgekürzt, geben $\frac{5}{8}$ rthlr., solche mit den 6 rthlrn. eingerichtet, ergiebt sich der würklich kleinere Bruch $\frac{53}{8}$, als wenn ich 6 rthlr. 15 gr. zu lauter gr. resolvirt hätte.

§. 4.

Sehr oft entsteht der Fall, daß man den mittlern Saz, welcher nur aus einer, aber kleinern Benennung besteht, mit Vortheil auf eine größere Benennung reduciren kan, wenn man offenbar voraus sieht, daß am Ende doch im vierten Saz eine größere Benennung noch gesucht werden muß, als

1 ℔. — 6 bz. — 9 Ctr.

Hier lassen sich die 6 bz. in einem kleinen Bruch, nemlich mit $\frac{1}{3}$ auf den Namen Thaler reduciren, und mit diesem Bruch, der

der weniger Mühe macht, als die Zahl 6, gewinnt man sogleich im vierten Saz die zu suchenden Thaler.

Bey der würklichen Bearbeitung dieser Exempel lassen sich die dabey zu erhaltenden Vortheile deutlicher bemerklich machen.

Kapitel 3.

Wie der vierte Saz in der Regel Detri am sichersten und leichtesten zu finden ist.

---

§. 1.

Der vierte Saz in der Regel Detri ließe sich auf dreyerley Art finden:

1) Wenn ich mit dem Qvotienten der zwey ersten Glieder das dritte Glied multiplicire;

2) Wenn ich mit dem Qvotienten des ersten und dritten Gliedes das zweyte multiplicire;

3) Wenn ich die beyden lezten Glieder multiplicire und das Product durchs erste Glied dividire.

Da ich aber bey diesen drey Fällen immer mit dem ersten Glied dividiren, und die beyden andern multipliciren muß, so nehme ich als Hauptsaz in der Regel Detri an, daß mit dem ersten Glied dividirt, und die beyden andern multiplicirt werden müssen. Ich will dieses bey den drey angegebenen Fällen durch ein Beyspiel deutlich zu machen suchen, nehme aber dabey die Lehre von Brüchen so bald als Vortheil an.

Wenn 6 ℔. 9 rthlr. kosten, wie viel kosten 8 ℔.

Berechnung nach Num. 1.

6 ℔. — 9 rthlr. — 8 ℔.

Dividire mit 6 in 9, also daß es als Bruch angesezt wird, nemlich $\frac{9}{6}$, solchen Bruch

Bruch durch 3 abgekürzt, entsteht $\frac{3}{2}$, mit diesem Qvotienten die 8 multiplicirt, wo ich den Zähler 3 mit 8 multipliciren und das entstehende Product 24 durch den Nenner 2 dividiren muß, um den unächten Bruch $\frac{24}{2}$ einzurichten; so ergiebt sich zum vierten Glied 12.

Berechnung nach Num. 2.

6 ℔. — 9 rthlr. — 8 ℔.

6 : 8 = $\frac{8}{6}$ abgekürzt durch 2, entsteht $\frac{4}{3}$, hiermit 9 multivlicirt, 9 × $\frac{4}{3}$ =

$$\frac{\overset{3}{\overline{36}}}{3} \Big| \frac{12}{1}$$ so erfolgt gleichfalls zum vierten Glied 12.

Berechnung nach Num. 3.

6 ℔. 9 rthlr. — 8 ℔.

9 × 8 : 6 = 12. nemlich,

```
  9
  8 6
 ------
  72 | 12
  6
 ----
  12
  12
 ----
  --
```

Schon aus diesem Exempel erhellet, daß die erste Art dadurch den größten Vortheil gewährt, indem ich darnach mit den kleinsten Zahlen zu rechnen habe.

§. 2.

Weil nun bey dem nach Kap. 2. vorgeschlagenen Einrichten der Sätze sehr oft Brüche herauskommen; auch in den Brüchen alle bey der Regel Detri anzuwendenden Vortheile nur allein zu finden sind, so habe ich bey der Regel Detri die Art des Verfahrens angenommen, daß man aus allen Gliedern, wenn sie es auch nicht wären, Brüche mache, um sich dadurch in den vorzuschlagenden Ansaz bey der Ausarbeitung besser finden zu können, und Anfängern die anwendbaren Vortheile aus den vor-

vorausgeschikten Regeln einleuchtend zu machen.

§. 3.

Haben nun alle Säze die Gestalt der Brüche erhalten, dann mache man einen langen gerad heruntergehenden Strich, und schreibe die Säze neben solchen so an, daß die Zähler vor dem Strich, die Nenner aber hinter den Strich zu stehen, doch so, daß auch die Fächer der Einheiten, Zehner, Hunderte ꝛc. gerade unter einander kommen.

Da aber mit dem ersten Saz eigentlich dividirt werden muß, so ist derselbe als Bruch, nach Kap. 14. §. 2. Abth. 1. umzukehren, oder hier muß der Nenner vor den Strich, der Zähler aber hinter solchen gesezt werden.

Ist dieser Ansaz gemacht, dann kan man erst die vordern Zahlen gegen die hintern, so lang es möglich ist, nach Kap. 13. §. 4. und Kap. 14. §. 3. abkürzen, oder ich darf immer eine vordere Zahl gegen eine hintere aufheben, weil sie nun eigentlich alle als Zähler und Nenner anzusehen sind, z. B.

6 ℔. — 9 rthlr. — 8 ℔.

Aus diesen Sätzen macht man zuförderst Brüche durch das Untersetzen einer 1, als Nenner, dann stehet es also:

$$\frac{6}{1} - \frac{9}{1} - \frac{8}{1}$$

dann setze es nach dem vorgeschlagenen Ansaz also an:

1	6
9	1
8	1

kürze hierauf immer eine der vordern gegen eine hintere Zahl ab, und setze das abgekürzte unter die auszustreichende Zahl, die abgekürzt worden, als:

	1	~~6~~ (2
		~~3~~ (3
3)	~~9~~	1
	3	
2)	~~8~~	1
	4	

Hier ist erstlich 8 und 6 gegen einander durch 2 abgekürzt worden; dann ist 9 und die

die aus der 6 abgekürzte 3 gegen einander durch 3 aufgehoben worden, so bleibt im Ansaz nur noch 3 und 4 übrig, denn die vorhandenen 1 werden in der Multiplication und Division nicht geachtet, weil sie nie eine Zahl vermehren oder vermindern.

Ist endlich bey diesem Ansaz alles mögliche Aufheben der vordern und hintern Zahlen gegen einander geschehen, so werden die übrig gebliebenen Zahlen vor dem Strich durch einander multiplicirt, und als Zähler des vierten zu suchenden Satzes angeschrieben, hernach werden auch die übrig gebliebenen gültigen Zahlen hinter dem Strich durch einander multiplicirt, und als Nenner des zu suchenden vierten Satzes angesezt. Dieser gefundene vierte Saz wird, wenn er nicht schon eine 1 zum Zähler oder Nenner hat, noch weiter nach den Regeln, Kap. 10. §. 6., oder nach §. 5. Kap. 10. Abth. 1. abgekürzt, und wenn noch keine ganze Zahl der größern Benennung herauskömmt, sondern irgend ein kleinerer Theil übrig bleibt, so läßt sich solches gar leicht, nach Kap. 13. §. 6. Abth. 1. zu kleinern Benennungen resolviren. Mithin entsteht hier aus der Multiplication

der vor der Linie übrig gebliebenen gültigen Zahlen 3 und 4 der vierte Saz 12.

§. 4.

Dieser gefundene vierte Saz muß nun mit dem zweyten eben so genau einerley Benennung führen, als der erste und dritte. Daher giebt man ihm die Benennung, welche der zweyte Saz beym zweyten Ansaz nach geschehener Einrichtung der Glieder führte. Daher bekommen die gefundenen 12 in dem vorstehenden Exempel die Benennung rthlr.

§. 5.

Ich werde nun mit Nummern die möglichen bey der Regel Detri vorkommenden Fälle nach einander in Exempeln ausführen, und alle mit Weglassung der Kap. von Multiplications- Divisionsaufgaben, ohne und mit Brüchen, nach der in §. 3. angegebenen Regel behandeln.

1) Exempel, wo die Glieder einerley Benennung führen, und keiner Einrichtung bedürfen.

4 ℔. — 15 gr. — 18 ℔.

```
Ansaz:   1 | 4 (2
           | 2
        15 | 1

    2) 18  | 1
        9  |            24
       ——— | ———       ———
       135 | 2  | 67  |
        12      |  .  |  2 rthlr. 19 gr. ½
       ———      | 48  |  oder 6 pf.
        15       ————
        14        19
       ———
        ½
```

Kürzer durch die Reduction des zweyten Gliedes

```
4 ℔. 15 gr. — 18 ℔.
     ——
     24 abgekürzt
        ⅝ rthlr.
```

```
 1 | 4  Viertes Glied 45/16 rthlr. enthalten
   | 2    durch die Division des Nenners
 5 | 8    in den Zähler abgekürzt
   |    2 rthlr. 13/16 rthlr., diese zu gr. ge-
18 | 1    macht, indem ich sie mit 24 mul-
 9 |      tiplicire.
——   ——
45 | 16         3      1(1
         13    24(8   30  |  19 gr. ½ gr.
         ——    ——     ——  |  oder 6 pf.
      8) 16     1     22  |
          2
```

2) Exempel mit einfachen Gliedern, wo das erste Glied 1 hat.

1 ℔. — 9 gr. — 13 ℔.

$\frac{9}{24}$ oder

$\frac{3}{8}$ rthlr.

1	1	
3	8	
13	1	
39	8	4 rthlr. $\frac{7}{8}$ rthlr. $\frac{24^{3}}{1} = \frac{21}{1}$ gr.
32		1
7		

3) Exempel, wo das zweyte Glied 1 hat.

5 ℔. — 1 rthlr. — 17 ℔.

Ansaz:

1	5		
1	1		
17	1		
17	5	3 rthlr. $\frac{2}{5}$ rthlr. $\frac{24}{1}$ $\frac{48^{3}}{8}$	9 gr. $\frac{3}{5}$ gr. zu Pf.
15			
2			

$\frac{3}{5}$ | $\frac{12}{1}$ | $\frac{36^{1}}{8}$ | 7 pf. mithin

3 rthlr. 9 gr. 7 pf. $\frac{1}{5}$ pf.

4) Exempel, wo das dritte Glied 1 hat.

15 ℔ — 24 rthlr. — 1 ℔.

Ansaz:

	1	~~15~~ 3)	
		5	
3)	~~24~~	1	
	8		
	1	1	
	8	5	1 rthlr. $\frac{3}{5}$ rthlr. $\frac{24}{1} = \frac{72}{5}$ gr.
	5		oder
	3		14$\frac{2}{5}$ gr.

5) Exempel, wo das erste nach dem dritten Glied reducirt worden.

1 Ell. — 5 pf. — 1 Schk.

$\frac{1}{60}$ Schk. $\frac{5}{12}$ gr.

Ansaz:

12)	~~60~~	1	
	5		
	5	~~12~~	(12
		1	
	1	1	
	25	gr. oder 1 rthlr. 1 gr.	

6) Exempel, wo das erste und zweyte Glied redecirt worden sind.

1 Viertel — 9 gr. — 3 Sr.

$\frac{1}{4}$ Sr. $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$ rthlr.

An-

Ansaz:

4	1	
1		
3	8	
	2	
3	1	
9	2	$4\frac{1}{2}$ rthlr. oder 4 rthlr. 12 gr.
$\frac{8}{1}$		

7) Exempel, wo das zweyte Glied resolvirt und das dritte reducirt worden ist.

4 ℔. — 15 gr. — 1 Lth.

1	12	$\frac{1}{32}$ ℔.
	30	
	15	
	$\frac{180}{1}$ pf.	

Ansaz:

1	4	
	1	
180	1	
45		
1	32	
45	32	1 pf. $\frac{13}{32}$ pf.
$\frac{32}{13}$		

8) Exempel, wo das erste Glied einzurichten ist.

3 Schk. 2 Mdl. 10 St. 4 fl. rh. — 1 St.

$2\frac{2}{3}$ Mdl. = $\frac{8}{3}$ Mdl., diese zu Schk. gemacht.

$\frac{8}{3}$ Mdl.

$\dfrac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{12}}$ Mdl. zu Schk. = $\frac{8}{12}$ = $\frac{2}{3}$ Schk.

$2\frac{2}{3}$ Schk. eingerichtet = $\frac{8}{3}$ Schk.

Das zweyte Glied muß hier resolvirt werden, weil wahrscheinlich auf ein Stük nur wenige Pf. kommen.

$$\begin{array}{r} 4 \text{ fl. rh.} \\ 16 \\ \hline 64 \text{ gr.} \\ 12 \\ \hline 128 \\ 64 \\ \hline 768 \text{ Pf.} \end{array}$$

Das dritte Glied ist nach der Benennung des ersten zu reduciren. Also 1 St. macht $\frac{1}{60}$ Schk.

Ansaz: $\frac{8}{3}$ Schk. — 768 Pf. $\frac{1}{60}$ Schk.

3) ~~8~~	8 (4	
	2	
4) ~~768~~	1	
192		
1	~~60~~ (3	
	20	
192	40	4 Pf. $\frac{32}{40}$ pf. oder $\frac{4}{5}$ pf.
160		
32		

9)

9) Exempel, wo die beyden ersten Glieder einzurichten sind.

3 ℔. 8 Lth. — 5 rthlr. 16 gr. 8 pf. — 1 Lth.

Einrichtung des ersten Gliedes:

3 ℔. 8 Lth.

$\frac{1}{4}$ ℔. dieses mit den 3 ℔. zum einfachen Bruch gemacht, beträgt $\frac{13}{4}$ ℔.

Einrichtung des zweyten Gliedes. Hier müssen die rthlr. am vortheilhaftesten zu gr. resolvirt, und die gr. dazu addirt, hernach die dabey befindlichen pf. durch die Reduction zu gr. gemacht, und gleichfalls dazu summirt werden; als:

5 rthlr. 16 gr. 8 pf.

$$\begin{array}{r} 5 \\ 24 \\ \hline 120 \\ 16 \\ \hline 136 \\ 3 \\ \hline \frac{410}{3} \end{array}$$

$\frac{2}{3}$ gr.

136 gr., diese mit den $\frac{2}{3}$ gr. zum einfachen Bruch gemacht, giebt in Summa $\frac{410}{3}$ gr.

Endlich wird das dritte Glied durch 32 auf ℔. nach dem ersten reducirt, und giebt $\frac{1}{32}$ ℔. daraus entsteht nun nach dieser Einrichtung der

An-

Ansaz:

4) ~~4~~	13
2) ~~410~~	3
205	
1	~~32~~ (4
	~~8~~ (2
	4
205	12
	26
	13
	156

Also $\frac{205}{156}$ gr. oder 1 gr. $\frac{49}{156}$ gr., diese zu pf. resolvirt.

4) $\frac{49}{\not{156}}$ gr. ~~12~~ ~~3~~ 1 $= \frac{49}{13}$ pf.

3) ~~39~~ od. 3 pf.

13 $\frac{10}{13}$ pf.

Das vierte Glied hieße also 1 gr. $3\frac{10}{13}$ pf.

Erklärung. In diesem Ansaz ist 4 des ersten Satzes gegen 32 des dritten Satzes abgekürzt, hernach 410 des zweyten Satzes gegen die herausgekommene 8 des dritten Satzes. Dadurch blieb bey den vordern Zahlen nur 205 als allein gültige Zahl übrig, bey den hintern aber 13. 3. 4. die also durch einander multiplicirt worden, daß 4 erstlich mit 3 multiplicirt, und dieses Factum 12 wieder mit 13 mulplicirt, giebt 156, welche den Nenner und 205 den Zähler des zu suchenden 4ten Gliedes ausmachen. Dieser

Bruch

Bruch ist hernach nach den oben angeführten Regeln der Brüche abgekürzt, und der Rest resolvirt worden.

10) Exempel, wo alle drey Glieder einzurichten sind.

4 ℔. 8 Lth. — 1 rthlr. 8 gr. 8 pf. — 2 Ctr. 38 ℔.?

Einrichtung des ersten Gliedes: 8 Lth. mit 32 dividirt und zu ℔. reducirt, diese $\frac{8}{32}$ aber abgekürzt, geben $\frac{1}{4}$, dieses $\frac{1}{4}$ mit den 4 ℔. eingerichtet, giebt $\frac{17}{4}$ ℔.

Einrichtung des zweytes Gliedes: Hier ist es rathsam, alles auf rthlr. zu reduciren, daher müssen erstlich 8 pf. durch 12 dividirt den Namen gr. bekommen, dieser Bruch $\frac{8}{12}$ abgekürzt, giebt aber $\frac{2}{3}$ gr., solche $\frac{2}{3}$ gr. mit den 8 gr. eingerichtet, geben $\frac{26}{3}$ gr. Um diesen den Namen rthlr. zu geben, müssen sie mit 24 also dividirt werden, $\frac{\frac{26}{3}}{24}$, solcher Bruch eingerichtet, giebt den einfachen Bruch $\frac{26}{72}$ rthlr., wenn ich nun den 1 rthlr. dazu addiren will, so darf ich nur den Nenner mit den Zähler zusammen addiren, und den Nenner unter diese Summe wieder als Nenner anschreiben, daraus entsteht der einfache zweyte Satz $\frac{98}{72}$ rthlr. welcher den vorher aus drey besondern Benennungen bestehenden zweyten

ten Satz in sich faßt. Das dritte Glied ist sehr leicht so einzurichten, indem ich nur die ℔. an die Ctr. anrücke, und der daraus entstehenden Zahl 238 die in Rücksicht des ersten Gliedes erforderliche Benennung ℔. gebe, und 1 als Nenner drunter setze.

Ansaz:

```
4)   4 | 17 (17
    49 | 36  4)
       | 9
17) 238| 1
    14
   ----|-----
   196 | 9
    49 |
   ----|-----
   686 | 76 rthlr. 5 gr. 4 pf.
    63.
   ----
    56    2                          1
    54    8 rthlr. zu gr. 24  8 = ------ | 5 gr. 1/3 gr. zu pf. 12  1/4 = 4 pf.
   ----                               16
     2    3                          ----
                                      3
```

Er-

Erklärung: Bey diesem Ansatz ist erstlich 4 und 36 durch 4 abgekürzt worden, dann 17 und 238 durch 17. Mithin bleibt vorn noch 49 und 14 zu multipliciren übrig, welche, da sie schicklich unter einander standen, sogleich multiplicirt worden sind, und das Product 686 gaben. Hinter dem Strich ist nur 9 noch die einzige gültige Zahl, welche unter den unter alle Sätze quer gezogenen Strich gesezt, und so bald damit als mit dem Nenner des vierten Satzes in den vorstehenden Zähler 686 dividirt, gab zum Quotienten 76, welches nach dem zweyten Satz die Benennung rthlr. erhält, die übrig gebliebenen $\frac{2}{9}$ rthlr. sind hernach auf 5 gr. 4 pf. resolvirt worden, indem zugleich die möglichen Abkürzungen dabey angewendet worden.

§. 6.

Es wird nun leicht einzusehen seyn, daß die Regel Detri mit Brüchen keine neue Schwierigkeit uachen kan, indem die Exempel mit ganzen Zahlen schon nach den Regeln der Brüche leichter bearbeitet wurden. Doch will ich auch diesen Fall in einigen Exempeln auf die allgemeine §. 3. angegebene Regel anwendbar zeigen.

1)

1) Exempel, wo das erste Glied einen Bruch hat.

$\frac{3}{4}$ ℔. — 9 bz. — 1 Ctr.?
$\frac{3}{5}$ fl. — $\frac{100}{1}$ ℔.

Einrichtung: Das erste Glied ist unverändert blieben; das zweyte ist auf $\frac{3}{5}$ fl. reducirt worden, weil das zu suchende vierte Glied doch Gulden erhalten wird, und das dritte Glied Ctnr. ist in Rücksicht der Benennung des ersten Gliedes auf ℔. $\frac{100}{1}$ resolvirt worden.

Ansaz:

4	~~3~~
~~3~~	~~5~~
20	
~~100~~	1
80	1 fl.

Erklärung: Die hintere Zahl 3 im ersten Glied, und die vördere Zahl 3 des zweyten Gliedes sind gegen einander aufgehoben: dann die 5 des zweyten Gliedes gegen 100 des dritten Gliedes wieder durch

5 abgekürzt, mithin bleibt nur vorne noch 20 und 4 zu multipliciren übrig, welches das Product 80 giebt. Da nun im hintern Fach nichts gültiges mehr vorhanden ist, so erhält die 80 die Benennung des zweyten Gliedes fl. und macht den Werth des vierten Gliedes aus.

2) Exempel, wo alle Sätze Brüche haben.

$\frac{1}{2}$ Schf. — $\frac{4}{5}$ fl. rhn. — $\frac{6}{7}$ Mdl.?
$\frac{3}{14}$ Schf.

Einrichtung. Hier sind $\frac{6}{7}$ Mdl. nach dem ersten Glied zu $\frac{3}{14}$ Schf. eingerichtet, die übrigen Glieder können aber bleiben.

Ansaz.

~~2~~	1
4	5
	7
3	~~14~~
12	35

Das vierte Glied ist also $\frac{12}{35}$ fl. rh. diese resolvirt betragen 20 kr. 4 hl.

3) Exempel, wo die Gieder Ganze und Brüche haben.

$4\frac{1}{6}$ ℔. — 5 rthlr. $3\frac{1}{3}$ Bz. — 1 Ctnr $18\frac{2}{5}$ ℔.?

Einrichtung: Das erste Glied ist zu lauter 6tel ℔. gemacht, giebt $\frac{25}{6}$ ℔. Das zweyte ist auf rthlr. reducirt, weil im vierten Glied sich die Summe auf viele rthlr. erstrecken muß, und zwar so: daß erst $3\frac{1}{3}$ Bz. zu 3tels Bz. gemacht wurden, die hieraus entstandenen $\frac{10}{3}$ Bz. sind durch 18 dividirt auf rthlr. reducirt worden, und geben $\frac{10}{52}$ oder abgekürzt $\frac{5}{27}$ rthlr. die 5 rthlr hierauf zu 27teln gemacht, und die $\frac{5}{27}$ dazu addirt, giebt zum einfachen mittlern Saz den Bruch $\frac{140}{27}$. Endlich sind die 18 ganze ℔. und der 1. Ctnr. nach der Benennung des ersten Gliedes zu lauter ℔. gemacht, diese ganzen ℔. zu 5teln resolvirt, und hernach die $\frac{2}{5}$ addirt, giebt $\frac{592}{5}$ ℔. Hiernach ist nun der

Ansaz so zu machen:

```
         6 | 25
         2 |
      1 40 | 27
        28 |  9
      (56) |
       592 |  8
      3552 | 225
    2960   |
    331|52 | 147 rthlr.
    225
    1065
     900
     1652
     1575                  75
       77              ___________
                ×28⁶ = 462 | 6 bz.
3)    228              450 |
       75              ---
                        12        8
                        -- bz. ×    = 12/15 = 4/5 kr.
                        78
                        15
```

Erklärung: Hier sind 6 und 27 durch 3, hernach 140 und 5 durch 5 abgekürzt

gekürzt worden; dann sind von den vördern Zahlen 2 und 28 multiplicirt, das Product eingeschlossen, zwischen die Glieder gesezt, und mit diesem Product nochmals die dritte Zahl 592 multiplicirt, das jetzige Product als Zähler des vierten Gliedes unter die Linie gesezt, hernach sind die hintern noch gültigen Zahlen, 25 und 9 gleichfalls multiplicirt, und das Product ist als Nenner des vierten Gliedes unter die Linie gesezt. Mit diesem kleinern Nenner ist in seinen größern Zähler dividirt, und zum Quotienten 147 rthlr. und $\frac{77}{225}$ rthlr. erhalten worden; leztere $\frac{77}{225}$ rthlr. sind endlich auf 6 bz. und $\frac{4}{5}$ Kr. resolvirt worden.

§. 7.

Mehrere Exempel halte ich, um den Raum zu ersparen, für unnöthig, da, wenn nur die Glieder nach Kap. 2. ordentlich eingerichtet sind, der Ansaz und die Ausarbeitung immer einerley bleibt. Ich will nur noch Exempel zur Uebung angeben.

Wenn 1 Elle 1 pf. kostet, wie viel kosten 7 Schk. 13 Ellen?

Wenn man 3 Heller von 1 Viertel Getreid Meßgeld geben müßte, wie viel betragen 40 Smr. 3 Viertel?

Wenn man von 1 Ctnr. 3 rthl. Fracht bezahlet, wie viel machen 28 Ctnr. 45 ℔. aus?

Wie hoch kömmt das ℔. Tobak, wenn man für das Lth. 3 pf. bezahlt?

Wenn 1 ℔. 1 gr. kostet, wie hoch kömmt 1 Ctnr.?

Wenn 1 Buch Papier 2 gr. 6 pf. kostet, wie hoch kommen 8 Ballen 5 Ries?

Wenn $1\frac{1}{2}$ Lth. 1 gr. kosten, wie hoch kommen 5 ℔. 6 Lth.?

Ein Hering kostet $1\frac{1}{5}$ Bz. was kosten 20 Schk. 18 Stük?

Wenn die Elle 3 rthlr. $4\frac{1}{6}$ gr. kostet, wie hoch kömmt $\frac{1}{16}$ Elle?

Es hat jemand $\frac{3}{4}$ Ctnr. um 16 rthlr. 8 gr. $4\frac{1}{3}$ pf. gekauft, wie hoch kan er $\frac{1}{2}$ ℔. wieder verkaufen?

§. 8.

Die Probe über die Regel Detri kan nicht

nicht anders gemacht werden, als daß man das Exempel umwendet; dies könte aber auf dreyerley Art geschehen:

1) wenn ich das dritte gegebene Glied zum ersten, das vierte gefundene zum zweyten, und das erste gegebene zum dritten Glied mache; so muß das zweyte gegebene als viertes Glied durch die Berechnung herauskommen.

2) Kan ich die beyden ersten Glieder, nur umgekehrt, beybehalten, daß das zweyte das erste, und das erste vorhin jezt das zweyte wird, dann setze ich das gefundene vierte als drittes Glied an, und am Ende muß das vorhin dritte gewesene Glied als vierter Saz herauskommen.

3) Kan ich das dritte und vierte Glied umgekehrt zu den beyden ersten machen, das zweyte zum dritten, und das Product des vierten Gliedes muß dem vorhin ersten gleich seyn. z. B.

1 Lth. — 4 gr. — 1 Ctr.

$\frac{1}{32}$ ℔ $\frac{1}{6}$ rthlr. $\frac{100}{1}$ ℔.

~~32~~	1
16	
1	~~6~~
	3
100	1
1600	3
15. .	533 rthlr.
10 .	
9 .	
10	
9	

$\frac{1}{3}$ rthlr. = 8 gr.

Probe nach Num. 1)

1 Ctr. — 533 rthlr. 8 gr. — 1 Lth.

$\frac{100}{1}$ ℔. $\frac{1600}{3}$ $\frac{1}{3}$ rthlr. $\frac{1}{32}$ ℔.

1	1~~00~~
~~1600~~	3
	2
1	~~32~~
1	6 = $\frac{1}{6}$ rthlr. = 4 gr.

Probe

Probe nach Num. 2)

4 gr. — 1 Lth. — 533 rthlr. 8 gr.

$\frac{1}{3}$ rthlr.

$\frac{1}{6}$ rthlr. $\frac{1}{32}$ ℔. $\frac{1600}{3}$

$\frac{1}{3200}$ Ctr.

6	1	
2	2	
1	3200	
1600	3	2
2	2	= $\frac{2}{2}$ | $\frac{1}{1}$ Ctr.

Probe nach Num. 3)

533 rthlr. 8 gr. — 1 Ctr. — 4 gr.

$\frac{1}{3}$ rthlr. = $\frac{100}{1}$ ℔. $\frac{1}{6}$ rthlr.

$\frac{1600}{3}$ rthlr.

3	1600
100	1
1	6
	2
1	32 = $\frac{1}{32}$ ℔. = 1 Lth.

Ich

Ich setze noch ein Exempel nach dieser Probe-Rechnung an, wo die Glieder Brüche haben.

$\frac{3}{4}$ ℔. — $\frac{5}{6}$ rthlr. — 1 Ctr. 16$\frac{5}{8}$ ℔.

$\frac{933}{8}$ ℔.

4	3
5	6
933	8
311	2
1555	12
12..	129 rthlr $\frac{7}{12}$ rthlr. = 14 gr.
35	
24	
115	
108	
7	

Probe

Probe nach Num. 2.

$\frac{5}{6}$ rthlr $\frac{3}{4}$ ℔. — 129 rthlr. 14 gr.

$\frac{7}{12}$ rthlr.

$\frac{1555}{12}$ rthlr.

6̸	8̸
3	4
1̸8̸8̸8̸	1̸2̸
311	2
933	8
8..	116 ℔. = 1 Ctr. 16$\frac{5}{8}$ ℔.
13.	Viertes Glied,
8.	vorher drittes.
53	
48	
$\frac{5}{8}$	

Probe nach Num. 1.

1 Ctr. 16$\frac{5}{8}$ ℔. — 129 rthlr. 14 gr. — $\frac{3}{4}$ ℔.

$\frac{933}{8}$ ℔. $\frac{1555}{12}$ rthlr.

8̸	9̸3̸3̸
2̸	311
1555	1̸2̸
	6
3̸	4 (311)
1555	1866 = $\frac{1555}{1866}$ | $\frac{5}{6}$ rthlr. 4tes, vorher 2tes Glied.

Probe nach Num. 3.

129 rtlr. 14 gr. — 1 Ctr. $16\frac{5}{8}$ ℔. — $\frac{5}{6}$ rtlr.

$\frac{1555}{12}$ rthlr. $\frac{933}{8}$ ℔.

12	1888
2	311
933	8
	4
5	6 = 311
933	1244 = $\frac{933}{1244}$ | $\frac{3}{4}$ ℔. Viertes, vorhin erstes Glied.

Anmerkung: Diese dreyfache Probe kan bey Anfängern zur Uebung, aber auch zu desto mehrerer Gewißheit, ob man richtig gerechnet habe, dienen.

Ka-

Kapitel 4.
Von der zusammengesezten Regel Detri.

---

§. 1.

Man hat sonst diese Art der Rechnung die Regel quinque genannt, weil sie scheint, fünf Säze zu haben, da sie aber diese eigentlich nicht hat, sondern der erste und dritte Saz zwey verschiedene auch mit verschiedenen Benennungen versehene Zahlen in sich faßt, so kömmt es nur auf die gehörige Einrichtung dieser Exempel an, nach welcher sie nach der allgemeinen Regel Detri berechnet werden können und müssen.

§. 2.

Man muß, um sich die wahre Beschaffenheit dieser Rechnungsart zu erklären, sich noch einmal die Lehre von geometrischen Verhältnissen vorstellen. Wenn ich zwey Zahlen in ein solches Verhältniß setze, daß die eine in der andern dividirt

wer-

werden sollte, und der Quotient als Maasstab ihres Verhältnisses anzusehen war, so nenne ich solches ein einfaches geometrisches Verhältniß: Setze ich aber zwey verschiedene Zahlen, die mit einander multipliciret werden sollen, deren Product sich dann zu einer dritten Zahl geometrisch verhalten soll, so, daß das Product eigentlich als erster Saz des Verhältnisses anzusehen ist, obgleich das Product bey der Aufgabe durch seine beyden Factoren ausgedrükt war, und die dritte Zahl als zweyter Saz des Verhältnisses; so nenne ich dieses wegen der Art, wie es in der Aufgabe ausgedrükt ist, ein zusammengeseztes Verhältniß, obgleich im Grund nur ein einfaches Verhältniß, nemlich des Productes der beyden ersten Zahlen gegen die dritte statt findet. z. B.

$$6 : 9 = 1\tfrac{1}{2}$$

$$\text{oder } 2 \times 3 : 9 = 1\tfrac{1}{2}$$

Erklärung: Ob ich sage, ein Schuhmacher macht in 6 Tagen neun (9) Paar Schuhe, oder ich sage: zwey Schuhmacher machen zusammen jeder in 3 Tagen 9 Paar Schuh; so bleibt das Verhältniß immer einerley, nur daß ich bey dem zweyten Ansaz

saz erst die beyden angegebenen Factoren 2 und 3 multipliciren muß, um ihr Product zu erhalten, das eigentlich mit der 9 in einem geometrischen Verhåltniß steht. In beyden Verhåltnissen ist der Quotient $1\frac{1}{2}$ einerley, oder es verfertigt immer ein Schuhmacher in 1 Tag $1\frac{1}{2}$ Paar Schuhe.

Wenn ich nun bey jedem Regel Detri-Exempel immer ein ganzes geometrisches Verhåltniß, und von einen andern, das mit dem ersten proportionirt seyn soll, nur den ersten Saz angegeben erhalte, den zweyten aber suchen soll, so ist es bey dieser zusammengesezten Regel Detri nicht anders möglich, es muß den Anschein gewinnen, als ob 5 Såtze angegeben wåren, von welcher aber die erste und zweyte Zahl in ihrem Product erst den ersten Saz, und die 4te und 5te Zahl in ihrem Product den dritten Saz ausmachen. z. B.

Schuhm. Tagen. P. Sch. Schuhm. Tagen. P. Sch.
2 × 5 — 15 — 6 × 9 — 81

10 — 15 54 — 81
Product Product

1½ Qvotient. 1½ Qvot.

§. 3.

Um sich den Ansaz einer solchen Aufgabe zu erleichtern, und kürzer durch Zeichen zu machen, sezt man allezeit zwischen die beyden Factoren, deren Product eigentlich nur den Hauptsaz ausmacht, ein (×) Creuz, als das Zeichen der Multiplication, zwischen die Säze aber wird nach Kap. 1. §. 4. Abth. 2. wie bey der einfachen Regel Detri ein Querstrich (—) gemacht, als:

Tagl. Tagen Cl. Holz Tagl. Tagen Cl. Holz
2 × 6 — 12 — 5 × 8 — 40

§. 4.

Den richtigen Ansaz bey diesen Exempeln zu machen, beobachte man eben die Regeln, die nach Kap. 1. §. 1. Abth. 2. von der Regel Detri gegeben worden sind, nemlich die beyden Factoren, von welchen man etwas wissen will, geben den drit-

ten

ten Saz; die beyden andern Factoren den ersten, und was man von diesen lezten weiß, den wzeyten Saz. z. B. Es speist iemand für 13 rthlr. 5 Personen 14 Tage, wie viel wird es kosten, wenn er 11 Personen 5 Tage lang speisen soll?

Ansaz:

5 P. × 14 T. — 13 rthlr. — 11 P. × 5 T.

Erklärung: 11 Personen auf 5 Tage, wovon ich das Kostgeld zu wissen verlange, wird das dritte Glied, die 5 P. auf 14 Tage, von welchen ich das Kostgeld weiß, geben den ersten Saz, und das Kostgeld, das ich weiß, wird der zweyte Saz.

§. 5.

Es können in solchen Exempeln sowohl die Factoren des ersten und dritten Satzes, als auch der zweyte Saz, verschiedene größere und kleinere Benennungen haben, diese müssen vor der Ausrechnung erst nach Kap. 2. Abth. 2. eingerichtet werden, z. B.

Kstg.	W.	T.		rtlr.	gr.		Kstg.	W.	T.	
5 ×	3	4	—	20	8	—	9 ×	6	6	—
	25 Tage			$6\frac{1}{3}$ rthlr.				48 Tage		

Erklärung: Hier sind die 3 Wochen und 4 Tage, als Factor des ersten Gliedes auf

Tage resolvirt, die 20 rthlr. 8 gr. des zweyten Satzes sind auf $6\frac{1}{3}$ rthlr. reducirt, endlich sind auch die 6 Wochen und 6 Tage auf 48 Tage resolvirt worden.

§. 6.

Wenn die Sätze und Factoren eingerichtet sind, so tritt alsdann bey solcherley Ausarbeitungen die Regel ein: Man muß die beyden Factoren des ersten sowohl als des dritten Satzes mit einander multipliciren, um diese Sätze einfach zu machen, hernach wird das Exempel nach den Kap. 3. Abth. 2. besonders in §. §. 2. 3. angegebenen Regeln ausgearbeitet. z. B.

Kstg. W. T. rtlr. gr. Kstg. W. T.
5 × 3 4 — 20 8 — 9 × 6 6 —

1) Einrichtung der Sätze und Factoren.

5 × 3 4 — 20 8 — 9 × 6 6 —

25 Tage $\frac{1}{3}$ rthlr. 48 T.

$6\frac{1}{3}$ rthlr.

2) Anwendung der Regel dieses §.

5 × 25 — $6\frac{1}{3}$ — 9 × 48

125 Product der beyden ersten Factoren, einfaches erstes Glied.

432 Product der beyden lezten Factoren, oder vereinfachtes drittes Glied.

3) Ansaz nach Kap. 3. Abth. 2.

```
      1 | 1 2 5
    6 1 |     8
  4 8 2 |     1
        | -----
  1 4 4 | 1 2 5
  ----- | -----
8 6 4   | 7 0 rthlr. 34/125 rthlr. zu kr. ge-
------                        macht mit 90.
8 7 8|4
8 7 5 .    34 90   18
------    ---      34
    3 4   128     ---
           25      72 25
                   54 ---
                  ---  |
                  612  | 24 k. 12/25 kr.
                   50 .
                  ---
                  112
                  100
                  ---
                   12
```

Erklärung: Hier ist der erste und dritte Satz durch Untersetzung einer 1 zu Brüchen gemacht, dann der erste umgestürzt, weil er Divisor ist, in Ansaz gebracht, die übrigen ordentlich angeschrie-

ben: dann ist 3 und 432 gegen einander abgekürzt worden. Endlich 61 und 144 vor dem Strich mit einander multiplicirt, wo 61 als Multiplicator gebraucht, und weil derselbe zur ersten Zahl eins hat, ist 144 nur mit der 6 multiplicirt, ins gehörige Fach drunter geschrieben, und durch die Addition dieses Products mit 144. das richtige Product der vördern Zahlen 8784 gefunden worden. 125 als die einzige gültige Zahl der hintern Zahlen, ist ohne Multiplication unter den Strich gesezt, dann aber mit dieser 125 als Nenner des vierten Gliedes in den Zähler 8784 dividirt, und der Quotient 70 rthlr. und $\frac{34}{125}$ rthlr. gefunden worden. Leztere $\frac{34}{125}$ rthlr. sind durch 90 wegen des schiklichen Aufhebens der 90 und 125 gegen einander, zu Kr. resolvirt, und der Gehalt dieses Bruchs von 24 Kr. und $\frac{12}{25}$ Kr. herauskommen.

§. 7.

Die Probe wird über solcherley Exempel wie bey der Regel Detri nach §. 8. des vorhergehenden Kap. gemacht, wobey ich den lezten Ansaz, der nach geschehener Einrichtung und Vereinfachung der Sätze gemacht worden, beybehalten will. z. E.

K. W.

```
K.  W. T.                          K.  W. T.
9 × 6  6 — 8784/125 rtlr. — 5 × 3  4
    ─────                             ─────
     48 T.                              25

   432 Pr.                          125 Pr.

            1 | 432 (8
              |  84 (6
              |   9 (3
              |   3
   8)  8784   | 128
   6)  1098   |
   3)   183   |
         61   |
              |
        128   |
   ─────────  | ─────
         61   | 3
              |────
         6.   | 20 rthlr. 1/3 oder 8 gr.
        ──
        - 1
```

Exempel zur Uebung.

1) Wenn 5 Holzmacher 100 Cl. Holz in 22 Tagen machen, wie viel Holz können 12 Taglöhner in 40 Tagen machen?

2) 300 rthlr. trugen 15 rthlr. Interesse in 3 Jahren, wie viel Interesse tragen 3470 rthlr. in 11 Jahren?

3) Ein Schuhmacher macht mit seinen 2 Gesellen in 4 Wochen 100 Paar Schuh fertig, nun nimmt er sich auf 6 Wochen noch 5 Gesellen mehr an, wie viel Paar Schuh werden sie nun in dieser Zeit verfertigen können?

4) Wenn auf 100 Soldaten in einer Woche ein Ochse gerechnet wird, wie viel brauchen 100000 Soldaten auf ein halbes Jahr Ochsen, wenn sie täglich gleiche Portionen erhalten sollen?

5) Ein Schneider braucht zu 2 Kleidern von gleicher Grösse 7 Ellen Tuch $\frac{8}{4}$ breit, wie viel solcher Kleider kan er aus 21 Ellen $\frac{10}{4}$ breiten Tuch machen?

§. 8.

Ein besonderer Fall bey dieser Rechnungsart kömmt oft vor, wo eine besondere Ausarbeitung nöthig ist, nemlich wenn von den beyden Factoren des dritten Gliedes einer in der Angabe fehlt, und durch Berechnung erst gefunden werden soll, in die-

diesem Fall ist das zweyte und vierte Glied schon vorhanden und einander gleich, z. B. drey Taglöhner brauchen zur Verfertigung eines Grabens 6 Tage, wie viel Tage brauchen 6 Taglöhner zur Verfertigung eben dieses Grabens?

Dem ersten Anblik nach scheinen die 6 Taglöhner das dritte Glied eines Regel Detri Exempels auszumachen, die 3 Taglöhner mächten sodann das erste Glied, und die 6 Tage, welche solche zur Verfertigung des Grabens brauchten, das zweyte Glied aus. Aber das Exempel gehört eigentlich zur zusammengesezten Regel Detri, wo im dritten Glied ein Factor fehlt, der gefunden werden soll. Der zu verfertigende Graben machte das zweyte und vierte Glied aus, und müßte eigentlich also angesezt werden:

Tagl.		Tagen		Gr.		Tagl.		Tagen		Gr.
3	×	6	—	1	—	6	×	*	—	1

Hier ist der unbekannte Factor des dritten Gliedes durch einen * einstweilen ausgedrükt, der ganze Ansaz aber giebt ein Exempel aus der zusammengesezten Regel Detri.

§. 9.

Wenn nun der fehlende Factor des dritten Gliedes gesucht werden soll, so darf ich nur die Factore des ersten Gliedes multipliciren, in dieses Product mit dem vorhandenen Factor des dritten Gliedes dividiren, so giebt der Quotient den gesuchten andern Factor des dritten Gliedes. Wenn ich also in diesem Exempel 3 und 6 als Factore des ersten Gliedes multiplicire, und das Product 18 durch den vorhandenen Factor des dritten Gliedes dividire, so ist der Quotient 3 der gesuchte andere Factor des dritten Gliedes.

Erklärung. Die zusammengesezte Regel Detri ist nach geschehener Einrichtung der Glieder und Multiplication der Factoren anzusehen als ordentliche einfache Regel Detri. Nun gilt, vermöge der in der Einleitung zur Regel Detri §. 7. gegebenen Anweisung von geometrischen Proportionen auch der Saz, wie sich das zweyte Glied verhält zu dem vierten, so muß sich das erste zu dem dritten verhalten. Hier in diesem Exempel sind aber das zweyte und vierte Glied einerley, oder sich vollkommen gleich, also müssen das erste und

dritte

dritte Glied nach geschehener Multiplication der Factoren einerley Product erhalten. Da ich aber den einen Factor des dritten Gliedes noch nicht weiß, so wende ich die bey der Muitiplication vorkommenmende Regel an, „um den einen Factor „zu finden, dividire mit dem andern Fa„ctor ins Product" das Product kan ich aber durch die Multiplication der beyden Factore des ersten Gliedes leicht finden.

§. 11.

Die Probe über solche Exempel ist sehr leicht zu machen, indem ich den gefundenen Factor mit seinem zugehörigen andern Factor multiplicire, woraus ein Product entstehen muß, das dem Product der Factore des ersten Gliedes gleich ist, z. B.

Tagl.	T.	Gr.		Tagl.	T.	Gr.
3 ×	6 —	1	—	6 ×	3 —	1

18 gleiche Producte 18

§. 12.

Endlich giebt es noch eine Art von zusammengesezter Regel Detri, wo der eine Factor des ersten sowohl als dritten Gliedes aber-

abermals aus zwey unter Factoren besteht, welche man im Ansaz durch ein kleineres (x) Creuz bezeichnen muß, z. B. ein Schreiner braucht zum Brücken 3er Stuben, wo jede 12 Schuh lang und 15 Schuh breit ist, 2 Schk. und 6 St. Breter, wie viel eben solcher Breter braucht derselbe zu 5 Stuben von 16 Schuh Länge und 10 Schuh Breite? dies wäre demnach also anzusetzen:

```
St.  L.  Br.    Schk.  Stk.    St.  L.  Br.
3 ⋈ 12 * 15  —   2  =  6    —  5 ⋈ 16 * 10
```

Und ist folgendergestalt zu berechnen:

```
3 × 12 + 15 − 2 Sch. 6 Stk. − 5 × 16 + 10 −
       12          1                10
       ——          — Schk.          ———
       30          10               160
       15        ———————             5
      ———          21               ———
      180          — Schk.          800
        3          10               ———
     —————                           1
      540
      ———
       1
```

An-

Ansaz:

1	840 (3
	18 (2
	9
3) 21	10
7	
2) 800	1
4	
28	9

Also $\frac{28}{9} = 3\frac{1}{9}$ Schk.

Probe:

1	800 (4
	20 (2
	10
4) 28	9 (9
7	
9) 840	1
2) 6	
3	
21	10

Also $\frac{21}{10}$ Schk. oder $2\frac{1}{10}$ Schk. $\frac{1}{10} = 6$ Stk.

Vierte

Vierte Abtheilung.
Anweisung zum gemeinen Rechnungsführen.

Einleitung.

§. 1.

Unter dem gemeinen Rechnungswesen wird die Kunst verstanden, Einnahme und Ausgabe richtig zu besorgen, und diese Besorgung andern schriftlich vorlegen zu können.

§. 2.

Die gewöhnlichen Arten dieses Rechnungswesens, die dem Bürger und Landmann nöthig zu wissen sind, sind Rechnung über Gemeinde-Gotteskasten, Bauwesen, unmündiger Kinder-Gelder ꝛc. zu führen.

§. 3.

Zweyerley Umstände machen bey einer solchen Rechnungsführung dem Bürger und Landmann eine Anweisung nöthig; einmal, damit er sie gewissenhaft führen,

und

zweytens, damit er sie auch ohne seinen Schaden führen könne. Es kan der redlichste Mann ohne eine hinlängliche Anweisung zur Erleichterung dieses Geschäfts in beyderley Fällen, und gleichwohl ohne Vorsaz irren, und sich oder andere in Schaden bringen.

§. 4.

Ich gebe drey Hauptstücke an, worauf bey diesem Geschäft vorzüglich zu merken ist.

1) Daß man sich über alle Einnahmen und Ausgaben, wie sie nach einander folgen, ein Verzeichniß, oder Tagbuch, (Diarium) führe.

2) Wie man die Führung seines Rechnungs-Geschäftes schriftlich vorlegen, oder in Rechnung stellen soll.

3) Auf die schriftlichen Beweise (Belege, Quittungen, Scheine, Attestate,) wodurch die Einnahmen und Ausgaben andern beglaubigt werden. Ich werde diese drey Stücke in besondern Kapiteln abhandeln, und am Ende von allen dreyen in Verbindung mit einander ein Exempel geben.

Kapi-

Kapitel 1.

Vom Tagbuch.

---

§. 1.

Das Tagbuch muß in einem ordentlichen Buch von Papier mit Dinte, nicht aber auf Pergament oder Schiefer, am wenigsten an den Thüren hingeschrieben werden, weil daraus mancherley Nachtheil für den Rechnungsführer sowohl als für andere entstehen.

§. 2.

In diesem Tagbuch werden auf jeder Seite desselben vorn drey Linien und hinten eben so viel die Länge herunter gezogen, damit in diese Linien vorn die Einnahms- und hinten die Ausgabs-Posten eingetragen, in dem Zwischenraum aber angegeben werden kan, wofür das Geld eingenommen oder ausgegeben worden.

§. 3.

Im Tagbuch thut man wohl, wenn man die Gelder nach fl. frk. und guten Kr.

wovon 4 auf einen Batzen, oder 60 auf einen solchen Gülden gehen; oder nach fl. rhn. und leichten Kr., von welchen 5 auf einen Batzen, aber wieder 60 auf einen solchen Gulden gehen. Dadurch erreicht man einen doppelten Vortheil, einmal braucht man nur zwey Linien zu Einnahme und Ausgabe, und zweytens sind die Kr. leicht zu summiren und auf fl. zu reduciren.

§. 4.

Die dritte vordere Linie dient dazu, daß zwischen solche der Tag der Einnahme oder Ausgabe angemerkt wird, und zwischen die erste hintere Linie wird die Nummer der Belege gesezt, wie man sie nach einander erhalten hat.

§. 5.

Unten auf jeder Seite wird die Einnahme und Ausgabe summirt, und diese Summe bey der folgenden Seite wieder in die gehörigen Linien oben angesezt, dieses wird bis zulezt fortgesezt, wo die lezten Summen sobald das richtige Verhältniß der Einnahme gegen die Ausgabe angeben.

§. 6.

Ein solches Tagbuch hat für jeden Rech-

nungsführer die grösten Vortheile: Er kan zu aller Zeit den richtigen Bestand seiner Casse wissen, Vorrath oder Vorschüsse immer gleichsam bescheinigen; die Rechnung leicht selbst stellen, und braucht sich nicht bey dem möglichen Irrthum eines fremden Rechnungsstellers in Gefahr zu stellen, auf den möglichen Fall seines Todes vor dem Rechnungs-Abschluß sind die Seinigen gesichert; es kan kein Posten so leicht vergessen werden, wenn er gleich eingetragen, und die Belege gut verwahrt werden, und was dergleichen Vortheile mehr sind, die jeder bey Befolgung dieses Vorschlags von selbst einsehen wird.

Kapitel 2.

Vom Rechnungsstellen.

§. 1.

Die zu stellende Rechnung selbst ist aber eigentlich ein kurzer und vollständiger Auszug aus diesem Tagbuch.

§. 2.

In der Rechnung müssen die Einnahms- und

und Ausgabs-Posten in gewisse Kapitel gebracht werden, um das ganze leichter übersehen zu können.

§. 3.

Bey der Einrichtung dieser Kapitel ist darauf zu sehen, daß erstlich solche Einnahmen und Ausgaben, die jährlich vorzukommen pflegen, immer die ersten Kapitel ausmachen; dann müssen die Kapitel der Einnahme und Ausgabe von einerley Titel einander entsprechen, oder einerley Nummer führen, z. B. wenn das Kapitel Einnahme an Capitalien das erste war, so wird in der Ausgabe das Kapitel ausgeliehene Capitalien, auch das erste; endlich wird am Ende der Einnahme und Ausgabe unter dem Titel Insgemein jeder Posten angeführt, der unter keine der Hauptbenennungen der besondern Kapitel paßt.

§. 4.

Posten der Einnahme, die in jedem Rechnungs-Jahr hätten erfolgen sollen, aber nicht eingegangen sind, müssen doch als eingegangen mit in die Haupt-Rechnung gebracht werden, ob sie gleich im Tagbuch nicht stehen; dargegen müssen solche

beym Rechnungsstellen besonders angemerkt werden, um sie in der Gewährsleistung (Liquidation) des Rechnungs-Restes wieder als Aussenstand in Anrechnung bringen zu können. Dagegen ist in jeder folgenden Rechnung der im vorigen Jahr angerechnete Aussenstand wieder in Einnahme zu bringen.

§. 5.

Die Gewährsleistung (Liquidation) ist ein der Rechnung am Ende angehängtes schriftliches Verzeichniß, wie viel von dem Rechnungs-Rest an baarem Geld oder an Aussenständen vorhanden, und muß die Summe der Gewährsleistung dem Rest der Rechnung gleich seyn.

§. 6.

Hat ein Rechnungsführer auch die Aufsicht über Naturalien, z. B. Hausrath, Kleidungsstücke ꝛc.; so muß auch davon ein Verzeichniß mit dem vorgekommenen Ab- und Zugang beygelegt werden.

§. 7.

Sollte unter einem der einmal eingeführten Kapitel der Rechnung der Einnahme oder Ausgabe kein Posten in einem Jahr

vor-

vorkommen; so wird das Kapitel doch angeführt, und der Mangel eines Postens durch das Wort Vacat oder Nichts ausgedrükt.

§. 8.

Am Ende der Einnahme sowohl als Ausgabe werden alle Kapitel wiederholt, und nebst ihrem Titel und Num. nur die Summe des Kapitels angesezt, welche Summen hernach addirt, um die Hauptsumme der Einnahme und Ausgabe übersehen und mit einander vergleichen zu können, welche denn auch bey dieser Wiederholung (Recapitulatio) von einander abgezogen werden müssen, damit man den Rechnungs-Rest oder Vorschuß daraus ersehe.

Kapitel 3.

Von Belegen.

§. 1.

Belege sind schriftliche Beglaubigungs-Versicherungen über die in einer Rechnung vorkommenden Einnahms- und Ausgabs-Posten. Jene, die Belege zur Einnahme,

 nennt

nennt man Atteſtate, dieſe, die Belege zur Ausgabe, Quittungen, Scheine.

§. 2.

Es kömmt bey Belegen auf folgende Stücke, die nothwendig dazu erforderlich ſind, an:

1) auf die Summe, die dadurch beſcheinigt werden ſoll,

2) wofür dieſe Summe eingenommen oder ausgegeben worden,

3) von wem ſie eingenommen oder ausgegeben,

4) die Zeit, wenn die Summe zahlbar war,

5) der Tag des Empfangs,

6) die Namens-Unterſchrift des Ausſtellers des Beleges oder Quittung. Einige dieſer Punkte bedürfen noch folgender Anmerkungen.

1) Die Summe ſchreibt man am ſicherſten mit Buchſtaben aus, und fängt damit gewöhnlich den Schein an, z. B. Drey Reichsthaler und acht Groſchen ꝛc. oder will man ſie mit Zahlen ſchreiben, ſo thut man wohl, wenn man zunächſt vor den Zahlen ein paar Querſtriche aufwärts macht, damit nicht noch eine Zahl davor

geſezt,

gesezt, und dadurch die Summe fälschlich erhöht werden kan, z. B.

//3 Rthlr. 8 gr. ꝛc.

Zu noch mehrerer Sicherheit und Verwahrung vor einer Verfälschung der Quittung kan man, wenn die Summe des Scheins mit Buchstaben angeschrieben worden, eben diese Summe nach einmal unter dem Schein mit Zahlen, auch wohl in einem andern Geld-Werth zwischen zwey gleich weiten Querstrichen und vor den Zahlen gemachten schrägen Strichen angeben, z. B.

Drey Reichsthaler und 8 gr. —

— — — N. N.

||4 fl. frk. —

zu Num. 4. 5.) Die Zeit, wenn das Geld verfallen oder auszuzahlen war, muß von der Zeit, wo es ausgezahlt worden, unterschieden werden, iene wird im Zusammen-

hang der Quittung gleich nach Num. 2) angeführt. Die Zeit der würklichen Auszahlung wird am Schluß der Quittung nebst dem Ort, wo es ausgezahlt worden, und dem Jahr, in welchem es geschehen, bemerkt, z. B.

Drey Reichsthlr. 8 gr. — Michael. 1792.
fällig — — — —.
Sonnenberg den 13. Jan. 1793.
N. N.

zu Num. 6) die Namens-Unterschrift muß zunächst unter dem Schein geschehen, damit durch den weiten Abstand derselben nicht Gelegenheit gegeben werde, zwischen die erste noch eine andere falsche und neue Quittung über der Namens-Unterschrift einzurücken.

§. 3.

Kan eine Summe nicht auf einmal ausgezahlt werden, sondern man bekömmt nur einstweilen einen Theil derselben, so darf man auch nur so viel bescheinigen, als man erhält, ein solcher Schein heißt eine Abschlags-Quittung, dergleichen Abschlags-Quittungen dürfen in einer Rechnung aber als Beleg nicht gebraucht werden. Auch muß es in der Quittung bemerkt

merkt werden, daß die Zahlung nur abschläglich geschehen ist.

§. 4.

Wenn man an einen Rechnungsführer die Haupt-Quittung über eine ganze Summe ausstellen müßte, aber die ganze Zahlung nicht erhielt, so thun beyde Theile wohl, wenn sie sich einander den noch rükständigen Theil der Summe schriftlich versichern. Eine solche Versicherung heißt ein Rükschein. Dieser Rükschein kömmt aber ebenfalls in Rechnung nicht vor.

§. 5.

Ein Conto oder Arbeits-Schein unterscheidet sich von der gewöhnlichen Quittung dadurch, daß in solchem erst einzeln alles dasjenige angegeben und am Ende summirt worden ist, was hernach als Summe im Ganzen quittirt worden.

§. 6.

Beyspiele von diesen verschiedenen Quittungs-Gattungen, mit eingeschlossener Num. aus §. 2. und §. in welchem dessen Beschreibung enthalten.

Exempel einer gewöhnlichen Quittung.

Sechs Gülden fränk. (§. 2.) Kostgeld auf 6 Wochen vom 1ten August bis 12ten Septbr. d. J. (§. 2. Num. 2. 4.) sind mir durch den Vormund des jungen N. Herrn Christian N. (§. 2. Num. 3.) richtig ausgezahlt, und hierdurch bescheinigt worden. N. d. 20. Sept. 1793. (§. 2. Num. 5.)

N. N. (§. 2. Num. 6.)

Exempel einer Abschlags-Quitttung. (§. 3.)

Vier Reichsthaler — „sind mir in Abschlag Maurerlohns an dem Hauß des Herrn N. von demselben richtig ausgezahlt und hiermit bescheinigt worden. S. d. 13ten Octbr. 1793.

N. N.

Anmerkung. Die Verfallzeit kan in einer Abschlags-Quittung nicht angegeben werden, weil alle Abschlags-Zahlungen vor der eigentlichen völligen Verfallzeit geschehen.

Exempel eines Rükscheins

§. 4.

Zehen Gulden Frk. hat Mstr. N. auf eine unter d. 16ten Januar 1792 in ganzer Summe ausgestellte Quittung auf 20 fl. frk. noch an mich Endesgesezten zu fordern, welches hierdurch bekenne. M. d. 16ten Januar 1793.

N. N.

Exempel eines Conto-Scheins.

§. 5.

An Herrn N. habe ich nachfolgende Waaren geliefert:

d. 3. Mrz. 1793. 4 ℔. Coffee
à 9 Bz. 2 rthlr. — —
— — — 3 ℔. Zucker
à 10 Bz. 1 rthlr. 12 Bz. —
d. 10. April ej. 1 ℔. Reiß
à 3. Bz. — 3
— — — 2 St. Citronen
à 7 Kr. — — 2 Bz. 13½ pf.

S. rthlr. 3. 17 Bz. 13½ pf.

N. N.

Obige 3 rthlr 17 Bz 13½ pf. sind zu Dank bezahlt.

N. N.

Exem-

Exempel eines Tagbuchs von Michaelis 1792 bis dahin 1793. zur Vormundschaftsrechnung.

Einnahme fl. frk.	kr.			Nr	Ausgabe fl. frk.	kr.
		Oct.	1792			
580	37	10	sind nach dem Absterben der Mutter meines Mündels baar vorgefunden worden, laut Attestat =	1		
		14	Auf Leichenkosten bey der Mutter Begräbniß, laut der vom Leichenbitter attestirten Specification =	2	*33	18
		19	Dem Hrn. Doctor N für Bemühung bey der Mutter, laut Quitung = = =	3	*5	6
		30	In die Apotheke, lt. quittirter Note = =	4	*3	40
200	50	21 N	sind aus verschiedenen verkauften Effekten in öffentlicher Auction gelöst worden, lt. Att. derer Herren Auctionanten = = = =	5		
			Denenselben Diäten bey der Auction, lt. quittirter Specification = = = =	6	*24	16
			für Handlohn von den sämtl. Gütern, lt. Steuerbüchlein = = = = =	7	*130	22¼
		1 Dec	Ab= und Zuschreibgeld, laut Quittung im Steuerbüchlein = = = = =	7	*10	
781	37		Latus ... Latus		206	42¾

fl frk	kr.			Nr	fl. frk.	kr.
		Dec.	1792.			
781	27		Transport		206	42 $\frac{1}{4}$
			sind an Martin N. auf einen Consens zu 4 pr C. ausgeliehen worden	8	*300	=
50	=	20	sind auf Abschlag der Zinsen von $\frac{2}{m}$ Gulden von Andreas S. gezahlt worden.			
			Kostgeld für meinen Mündel vom 1. Oct. bis vltimo Dec. lqt.	9	*20	=
		Jan. 10	1793. Interessen von 100 fl. frk. so als ein eisernes Capital auf dem Haus ruht, lqt.	10	*5	=
			für Medicamente für meinen Mündel, lt. Conto	11	*1	12
			dem Hrn. Doctor N. für Bemühungen bey der Krankheit meines Mündels, lt. Qv.	12	*3	40
			für gewöhnliches Schul- und Privatgeld auf ein viertel Jahr	=	*2	20
		7	für ein neues Kleid, lt. Conto des Schneiders	13	*15	6
			dem Hrn. Adv. N. Gebühren wegen eines ausgelagten Capitals à 600 fl. bey J. N. lqt.	14	*6	=
831	27		Latus — Latus		560	$\frac{1}{4}$

fl. frk.	kr.	April.	1793	Nr	fl. frk.	kr.
83	27		Transport - - - - - -		560	$\frac{1}{4}$
400	=	13	sind für das ausgeklagte Capital mit Abzug 200 fl. Capital und der rückständigen Zinsen ausgezahlt worden, lt. gerichtl. Protocoll. = = =	15		
		15	Kostgeld auf ein viertel Jahr, lqt = =	16	*20	=
			desgl. gewöhnl. Schul- und Privatgeld = =	=	*2	20
		20	für Steuern von den Gütern, lt. Steuerbüchlein	7	*8	2
		24	dem Zimmermann für eine Reparatur am Haus incl Holz, lt. qt Zettel = = =	17	*36	30
		eod.	dem Maurer für Arbeit, lqt. = =	18	*6	3
			dem Tüncher desgl. qt. = = =	19	*2	40
		3 Jun.	Kostgeld auf ein viertel Jahr, lqt. = =	20	*20	=
			desgl. Schul- und Privatgeld = =	=	*2	20
		15 Jul.	an den Schuhmacher N. gezahlt, lqt. Conto =	21	*9	5$\frac{3}{4}$
			meinem Mündel Taschengeld auf drey viertel Jahr		*18	=
			für eine von der Mutter noch rückständige Schuld an die Putzmacherin N lqt = = =	22	*4	6
			für halbjährigen Unterricht im Clavier, lqt. =	23	*6	=
40		1 Sept	Hauszins, lt. Miethcontract = =	24		
50	30		in Abschlag des Pachtgelds von den Gütern à 150 fl.			
1321	57	Latus	Latus		695	7

fl. frk.	kr.	Sept.	1793.	Nr	fl. frk.	kr.
1321	57		Transport		695	7
		1	Rechnungführern für seine jährliche Bemühungen, lt. gerichtl. Protocoll = = =	25	*15	=
		=	so unter dem 3. Sept. 1793 auf Consens zu 5 pr. C. an Christian N. ausgeliehen worden =		*400	=
			für ein vierteljähriges Kostgeld, lqt. = =	26	*20	=
			für desgleichen Schul- und Privatgeld = =	=	*2	20
			für ein vierteljährigen Unterricht im Clavier, lqt.	27	*3	=
1321	57		Summa der Einnahme — Summa der Ausgabe		1135	27

Abschluß des Tagbuchs

1321	fl.	57	kr.	Einnahme
1135	=	27	=	Ausgabe.

186 fl. frk. 30 kr. sind mithin noch in Casse.

Fertigung der Rechnung nach diesem Tagbuch, wobey alle in die Rechnung gestellte Posten mit einem Stern bezeichnet worden, um keinen zu übergehen. Auch können die Nummern der Belege im Tagbuch nicht beybehalten, sondern müssen nunmehr neue, oben auf jedem Beleg in der Ecke rechter Seite deutlich zu bemerkende Nummern gemacht werden, da im Gegentheil die Nummern der Belege zum Tagbuch unter den Beleg zu schreiben waren.

Rechnung
über
Einnahme- und Ausgabegeld
des
unmündigen Christian Gottlob Brav
von Mich. 1792. bis dahin 1793.
geführt
von dessen gerichtlich bestellten Vormund
Johann Martin Treu.

fl. frk.	K.	Einnahmegeld 1) an Casse-Bestand	N.
580	37	sind bey dem Absterben der Mutter baar vorgefunden worden, lt. gerichtl. Attestat. . .	1
		Summa per se.	
		Einnahmegeld an eingegangenen Capitalien.	
400	—	sind den 13ten April 1793. von dem à 600 fl. frk. ausgeklagten Capital nach Abzug 200 fl frk. und der rückständigen Zinnsen, welche im Concurs verlohren gegangen, bey Amt ausgezahlt worden. Lt. gerichtl. Protocoll.	2
		Summa per se.	
		Einnahmegeld an Interessen und Pachtgeldern	
80	—	Interessen von 2/m Gülden, welche bey Andreas S. auf Consens stehen, und den 1ten Dec. fällig sind, zu 4 p. C.	
40	—	Hausszinns den 1. Sept. fällig. Lt. Miethcontract . .	3
150	—	Pachtgeld von den Gütern, Martini fällig Lt. Pachtcontr.	4
270	—	Summa.	

fl frk.	Kr.		N.
		2) **Einnahmegeld aus verkauften Effekten.**	
200	50	sind aus verschiedenen verkauften Effekten mittelst öffentlicher Auction gelöst worden. Lt. gerichtl. Attestat. .	5
		Summa per se.	
		Einnahmegeld insgemein.	
		Nichts.	
		Wiederholung der Einnahme.	
508	37	baarer Casse-Vorrath p. 1.	
400	—	an eingegangenen Capitalien p. 1.	
270	—	an Interessen und Pachtgeldern. p. 1.	
200	50	aus Effekten, die verkauft worden, gelöst p. 2.	
1451	27	Summa aller Einnahme.	

Aus-

fl. frk.	K.		N.
		Ausgabegeld 3)	
		an Capitalien, so verliehen worden.	
300	—	so den 6. Dec. 1792. an Martin N. auf einen Consens zu 4 p. C. ausgeliehen worden.	
400	—	sind unter den 3. Sept. 1793. auf Consens zu 5 p. C. an Christian N. ausgeliehen worden.	
700	—	Summa.	
		Ausgabegeld	
		an Zinnsen.	
5	—	den 10. Januar 1793. von 100 fl. frk eisernes Capital, so auf dem H[illegible]s ruht lqt.	1
		Summa per se.	
		Ausgabegeld	
		an gerichtl. u. andern Kosten.	
24	16	denen Herren Auctionanten lqt.	2
130	22¼	für Handlohn von sämtlichen Gütern lt. Steuerbüchl.	
10	—	für Ab- und Zuschreibgeld von solchen lt. Steuerbüchl.	
6	—	Herr Advocat N wegen des ausgeklagten Capitals lqt.	3
8	2	An Steuern. lt. Steuerbüchl.	
178	40¼	Summa.	

fl. frk.	Kr.	4) Ausgabegeld für Kostgeld u. Unterricht.	N.
80	—	Kostgeld v. Mich. 1792. bis 1793. lqt. . .	4.5.6.7.
9	—	für ¾ jährigen Unterricht im Clavier lqt. . .	8. 9.
9	20	für 1 jährig. Schul- u. Privatgeld.	
98	20	Summa.	
		Ausgabegeld an Handwerksleute.	
15	6	dem Schneider N. für ein neues Kleid meinem Mündel lqt. Specification .	10.
36	30	dem Zimmermann für eine Reparatur am Haus lqt.	11.
6	3	dem Maurer f. dergl. lqt.	12.
2	40	dem Tüncher desgl. lqt.	13.
9	5¾	an den Schuhmacher N. lqt.	14.
69	24¾	Summa.	
		Ausgabegeld auf Krankheit und dergl.	
33	18	betragen sämtl. Unkosten bey der Leiche der Mutter lt. attest. Specification vom Leichenbitter. . .	15.
5	6	dem Hrn. Doctor N. für Bemühung bey der Krankheit der Mutter lqt. .	16.
3	40	für Medicamente aus der Apotheke für die Mutter lqt. Conto. . .	17.
42	4	Latus	

fl.frk	Kr.	5)	N.
42	4	Transport.	
3	40	Hr. Doct. N. für Bemühung bey meinem Mündel lqt.	18
1	12	für Medicamente für denselben. lqt.	19
46	56	Summa.	
		Ausgabegeld für die Rechnung zu führen und zu stellen.	
15	—	sind Rechnungsführern jährl. verwilligt lt. gerichtl. Protok.	20
		Summa per se.	
		Ausgabegeld insgemein.	
18	—	verwilligtes Taschengeld meinem Mündel auf $\frac{3}{4}$ Jahr	—
4	6	für eine von der Mutter noch rükständige Schuld an die Puzmacherin N. lqt.	21
22	6	Summa.	
		Wiederholung der Ausgabe.	
700	—	an ausgeliehenen Capitalien p. 3.	
5	—	an Zinnsen p. 3.	
178	40$\frac{1}{4}$	an gerichtl. und andern Kosten p. 3.	
98	20	für Kostgeld und Unterricht. p. 4	
69	24$\frac{3}{4}$	an Handwerksleute. p. 4.	
46	56	auf Krankheit. p. 5.	
15	—	auf die Rechnungsführung. p. 5.	
22	6	Insgemein p. 5.	
1135	27	Summa aller Ausgabe	

Wann nun
von der Einnahme p. 2. ad 1451 fl. 27 Kr.
abgezogen
wird die Ausgabe p. 5. mit 1135 fl. 27 Kr.

so bleiben zu gewähren 316 fl. frk. —
Diese werden gewährt mit
186 fl. 30 Kr. baarem Casse-Vorrath, s. Schluß des Tagbuchs.
30 = = = noch rükständiger Zinnsen bey Andreas S. von 2/m Gülden Capital.
99 = 30 = noch rükständiges Pachtgeld von denen Gütern.

316 fl. fr. = = Summa wie oben.

Anmerk. Die zur Rechnung gehörigen Belege müssen, nach den in der Rechnung führenden Nummern, der Rechnung zusammengeheftet beygelegt, die aber, so nicht dazu gelegt werden können, als das Steuerbuch, Consens ꝛc. bey Abhörung der Rechnung mit beygebracht werden.

Fünfte

Fünfte Abtheilung.

Von denen im Hennebergischen und angränzenden fränkischen und sächsischen Landen gewöhnlichen Münzen, Maas und Gewicht.

I. Vom Münzwesen.

§. 1.

Man muß, um sich einen richtigen Begriff vom Münzwesen zu machen, bey demselben den Werth geprägter Münzen und die angenommenen Geld-Benennungen, wornach der Werth geprägter Münzen geschäzt wird, unterscheiden.

§. 2.

Und weil das Münzwesen in Deutschland in vorigen Zeiten höchst verschieden und unordentlich eingerichtet war, daraus bey der Handlung aus einem Land in das andere für die Unterthanen großer Schaden entstund; so sind die Fürsten mit einander übereingekommen, daß sie das reine Sil-

ber, welches bey dem Ausprägen einigen Zusaz von Kupfer erhält, nach einer gewissen allgemein angenommenen Regel ausmünzen wollten, so daß immer auf einen Reichsthaler ausgemünztes Silbergeld 1 Loth reines Silber, den Zusaz ungerechnet, genommen werden sollte. Diese Uebereinkunft der Fürsten nennt man die Convention, und daher auch das nach dieser Regel ausgeprägte Geld, Conventions-Geld.

§. 3.

16 Loth Silber heist nach dem Silber- und Gold-Gewicht eine Mark, und weil bey dem ausgemünzten Geld unter diesen 16 Loth auf eine Mark reines Silber ohne den Zusaz verstanden wird, so heist das, nemlich so viel Geld, das 16 Loth reines Silber enthält, eine feine Mark.

§. 4.

Ferner muß man merken, daß 10 sogenannte Conventionsthaler gerade 16 Loth reines Silber enthalten, mithin eine Mark fein Silber ausmachen. Da aber diese 10 Conventionsthaler in manchen Ländern 20 fl. rhn., in andern aber 24 fl. rhn. gelten;

ten; so hat man daher die Benennung bey der Schätzung des Geldes angenommen, den 20 Güldenfuß, wo 10 Conventionsthaler 20 fl. rhn. gelten, und den 24 Güldenfuß, wo sie 24 Gülden gelten. Jenen, den 20 Güldenfuß, nennt man auch schwer Geld, diesen, den 24 Güldenfuß, leicht Geld. Man hat an manchen Orten in gemeinen Ausgaben, z. B. im Hessischen und chursächsischen Henneberg, auch den 25- oder 26 Güldenfuß. Dieses vorausgesezt, werden nun folgende Tabellen einleuchtender seyn.

Tabelle über die Münzbenennungen nach dem 24 Güldenfuß.

	fl.frk.	fl.rh.	bz.	ggr.	gr.	gkr.	kr.	gpf.	pf.	hl.
Ein Thaler	$1\frac{1}{5}$	$1\frac{1}{2}$	18	24	25	72	90	288	300	600
Ein Gülden		$1\frac{1}{4}$	15	20	$20\frac{4}{5}$	60	75	240	250	500
Ein Gulden			12	16	$16\frac{2}{3}$	48	60	192	200	400
Ein Batzen				$1\frac{1}{3}$	$1\frac{7}{18}$	4	5	16	$16\frac{2}{3}$	$33\frac{1}{3}$
Ein guter Groschen					$1\frac{1}{24}$	3	$3\frac{3}{4}$	12	$12\frac{1}{2}$	25
Ein leichter Groschen						$2\frac{22}{25}$	$3\frac{3}{5}$	$11\frac{13}{25}$	12	24
Ein guter Kreuzer							$1\frac{1}{4}$	4	$4\frac{1}{6}$	$8\frac{1}{3}$
Ein leichter Kreuzer								$3\frac{1}{5}$	$3\frac{1}{3}$	$6\frac{2}{3}$
Ein guter Pfennig									$1\frac{1}{24}$	$2\frac{1}{12}$
Ein leichter Pfennig										2
Ein Heller.										

Tabelle über die gewöhnlichen Münzbenennungen nach dem 20 Gülden Fuß.

Ein Thaler	$1\frac{1}{2}$	18	24	288
Ein Gulden		12	16	192
Ein Batzen			$1\frac{1}{4}$	16
Ein Groschen				12
Ein Pfennig.				

Noch sind einige Münzbenennungen im gemeinen Leben an manchen Orten gebräuchlich, als:

Ein Kopfstük gilt 4 Bz. oder 16 gute, oder 20 leichte Kreuzer.

Ein Ortsthaler gilt $4\frac{1}{2}$ Bz. oder 6 gute Groschen.

Ein Güldensthaler gilt 16 Bz.

§. 4.

Tabelle über den Werth der gangbarsten Gold- Silber- und Kupfermünzen, was sie an verschiedenen Orten nach dem verschiedenen Münzfuß gelten.

Aus-

Ausgeprägte Münzen.	Nach dem 20 Güldenfuß: thlr.	gr.	pf.	Nach dem 24 Güldenfuß: thlr.	gr.	pf.
1) In Gold:						
Severin	8	21	4	10	16	—
Carolin	6	—	—	7	8	—
Louisd'or	5	—	—	6	—	—
Maxd'or	4	$1\frac{7}{9}$	—	4	21	4
Ducaten	2	20	—	3	8	—
2) In Silber:						
Französische Laubthaler, Ducaton	1	12	8	1	20	—
Halbe dergleichen	—	18	4	—	22	—
Französische alte Thaler, Louisblanc	1	8	—	1	14	$4\frac{4}{5}$

Ausgeprägte Münzen.	Wiener Währung: fl.	kr.	pf.	Fränkisch: fl.	bz.	kr.	Rheinisch: fl.	kr.
1) In Gold:								
Severin	13	20	—	12	12	—	16	—
Carolin	9	10	—	8	12	—	11	—
Louisd'or	7	30	—	7	3	—	9	—
Maxd'or	6	$6\frac{2}{3}$	—	5	13	—	7	20
Ducaten	4	10	—	4	—	—	5	—
2) In Silber:								
Französische Laubthaler, Ducaton	2	17	2	2	3	—	2	45
Halbe dergleichen	1	8	3	1	1	$8\frac{1}{2}$	1	$22\frac{1}{2}$
Französische alte Thaler, Louisblanc	2	—	—	1	13	4	2	24

Ausgeprägte Münzen.	Nach dem 20 Güldenfuß:			Nach dem 24 Güldenfuß:			Wiener Währung:			Fränkisch:			Rheinisch:	
	thlr.	gr.	pf.	thlr.	gr.	pf.	fl.	kr.	pf.	fl.	bz.	kr.	fl.	kr.
Conventionsthaler	1	8	—	1	14	$4\frac{4}{5}$	2	—	—	1	13	4	2	24
Halbe dergleichen	—	16	—	—	19	$2\frac{2}{5}$	1	—	—	—	14	2	1	12
Viertels desgl.	—	8	—	—	9	$8\frac{13}{20}$	—	30	—	—	7	1	—	36
Conventions Kopfstücke, 24 krstücke	—	5	4	—	6	$5\frac{23}{30}$	—	20	—	—	4	4	—	24
Halbe desgleichen	—	2	8	—	3	$3\frac{4}{15}$	—	10	—	—	2	2	—	12
Viertels desgl.	—	1	4	—	1	$7\frac{53}{60}$	—	5	—	—	1	1	—	6
Zehner	—	—	8	—	—	$10\frac{53}{120}$	—	2	2	—	—	3	—	3

Die gewöhnlichen Kupfermünzen sind nur Pfennig und Heller. Man hatte sonst auch an einigen Orten 3 Hellerstücke, sie verliehren sich aber jezt. In Sachsen giebt es noch 2 und 3 Pfennigstücke. Auch hat man gute und leichte Kreuzer, aber von schlechtem Silbergehalt.

II. Gewicht.

Centner	5	100	200	3200	12800
	Stein	20	40	640	2560
		Pfund	2	32	128
			Mark	16	64
				Loth	4
					Quentchen.

III. Maas.

1) Flüßiges Maas.

Fuder	6	12	384	768	1536
	Ohm	2	64	123	256
		Eymer	32	64	128
			Kanne	2	4
				Maas	2
					Kärtchen.

2) Längenmaas.

1 Ruthe hält 12 Schuh.
1 Schuh = 12 Zoll.
1 Zoll = 12 Linien.

3) Zeit-Maas.

1 Jahr hat 12 Monate, oder 52 Wochen, oder 365 Tage 8 Stunden.

1 Monat hat 28-31 Tage, wird aber gewöhnlich in Rechnungen zu 30 Tagen angenommen.

1 Woche hat 7 Tage.

1 Tag samt der Nacht hält 24 Stunden.

1 Stunde 60 Secunden.

4) GetreideMaas.

Dieses ist verschieden.

1 Malter hält 8 Maas.

1 Maas " " 4 Metzen.

1 Metze " " 4 Viertelsmezchen.

oder:

1 Simra hält 4 Viertel.

1 Viertel " " 4 Metzen.

1 Metze " " 4 Viertelmezchen.

Das Ein mal Eins.

1	mal	1	ist	1
2	mal	2	ist	4
2	mal	3	ist	6
2	mal	4	ist	8
2	mal	5	ist	10
2	mal	6	ist	12
2	mal	7	ist	14
2	mal	8	ist	16
2	mal	9	ist	18
2	mal	10	ist	20
3	mal	3	ist	9
3	mal	4	ist	12
3	mal	5	ist	15
3	mal	6	ist	18
3	mal	7	ist	21
3	mal	8	ist	24
3	mal	9	ist	27
3	mal	10	ist	30
4	mal	4	ist	16
4	mal	5	ist	20
4	mal	6	ist	24
4	mal	7	ist	28
4	mal	8	ist	32
4	mal	9	ist	36
4	mal	10	ist	40

5	mal	5	ist	25
5	mal	6	ist	30
5	mal	7	ist	35
5	mal	8	ist	40
5	mal	9	ist	45
5	mal	10	ist	50
6	mal	6	ist	36
6	mal	7	ist	42
6	mal	8	ist	48
6	mal	9	ist	54
6	mal	10	ist	60
7	mal	7	ist	49
7	mal	8	ist	56
7	mal	9	ist	63
7	mal	10	ist	70
8	mal	8	ist	64
8	mal	9	ist	72
8	mal	10	ist	80
9	mal	9	ist	81
9	mal	10	ist	90
10	mal	10	ist	100
10	mal	100	ist	1000

Rommel, Siegmund Christian

Anweisung zur Rechenkunst für Lehrer und Lernende in niedern Schulen in Staedten und auf dem Lande

Coburg 1794

Coburg, Landesbibliothek -- E I 7
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11942566-6